
Energieübertragung durch Nahfeldkopplung

Dominik Huwig



© Dominik Huwig

dominik.huwig@etatronix.de

Ausgabe vom 1. November 2014

Kurzreferat

Die Anzahl der Entwicklungen und Veröffentlichungen im Bereich der Energieübertragung durch Nahfeldkopplung sind in den letzten Jahren deutlich angestiegen. Hier rückt die induktive Übertragung mit zum Teil sehr unterschiedlichen Ausführungsformen und Beschaltungsvarianten zunehmend in den Fokus. Dies hat zur Folge, dass sich die Betrachtungsweisen immer weiter spezialisieren und alternative Übertragungsverfahren an Beachtung verlieren.

Ziel dieser Arbeit ist es, das Übertragungssystem als solches, unabhängig von der Art der Kopplung, in allgemeiner Form zu betrachten und hier den Blick auf das Wesentliche, eine hohe Energieübertragung mit maximalem Wirkungsgrad, zu richten. Durch die Bestimmung dieser Kenngrößen wird es möglich, verschiedenste Übertragungssysteme zu charakterisieren und die Übertragungsqualität eines allgemeinen Übertragungssystems anzugeben. Dies erlaubt einen objektiven Vergleich unterschiedlichster Übertragungsverfahren.

Da zur Realisierung der hohen Leistungsübertragung bei maximalem Wirkungsgrad Voraussetzungen an die angeschlossene Lastimpedanz und die Quelle gestellt werden, wird gezeigt, wie dies durch Anpassungsnetzwerke realisiert werden kann. Dadurch wird neben der Charakterisierung des Übertragungssystems auch eine Möglichkeit der praktischen Umsetzung vorgestellt.

Inhaltsverzeichnis

Notation	7
1 Einleitung	11
2 Grundlagen	16
3 Übertragungssysteme	24
3.1 Energieauskopplung	26
3.1.1 Übertragungsgüte	31
3.1.2 Übertragungsbandbreite	32
3.2 Energieeinkopplung	36
3.2.1 Übertragungsfunktionen	36
3.2.2 Spannungspeisung	38
3.2.3 Stromspeisung	39
3.3 Ersatzschaltbilder	40
3.3.1 Transformatorische Ersatzschaltbilder	41
Komplexer Transformator	41
Ersatzschaltbilder	44
3.3.2 Gyratorisches Ersatzschaltbild	46
Komplexer Gyrator	47
Ersatzschaltbild	49
3.4 Anwendungsbeispiele	50
3.4.1 Beispielsysteme	50
3.4.2 Mehrspulensystem	53
4 Anpassung	56
4.1 Übertragungssystemanpassung	57
4.1.1 Spannungspeisung	58
4.1.2 Stromspeisung	61
4.2 Lastanpassung	62
4.2.1 Transformatorische Reihenlastanpassung	63
4.2.2 Gyratorische Reihenlastanpassung	64
4.2.3 Transformatorische Parallellastanpassung	66
4.2.4 Gyratorische Parallellastanpassung	68

4.3	Quellanpassung	70
4.3.1	Transformatorische Spannungspeisung	71
4.3.2	Gyratorische Spannungspeisung	72
4.3.3	Transformatorische Stromspeisung	73
4.3.4	Gyratorische Stromspeisung	75
4.4	Übertragungsgüte und Übertragungsbandbreite	76
4.5	Anwendungsbeispiele	79
4.5.1	Übertragungssystemanpassung	80
4.5.2	Lastanpassung	81
4.5.3	Quellanpassung	83
4.5.4	Mehrspulensystem	86
5	Zusammenfassung und Ausblick	90
Anhang		
A	Beispielsysteme	95
A.1	Induktives System	96
A.1.1	Magnetisches Vektorfeld einer konzentrischen Leiterschleife	97
A.1.2	Magnetische Kopplung	103
A.1.3	Verluste	107
A.1.4	Impedanzmatrix	108
A.2	Kapazitives System	110
A.2.1	Koppelkondensatoren	111
A.2.2	Streukondensatoren	112
	Flächenstreukondensator	114
	Seitenstreukondensator	118
A.2.3	Verluste	124
A.2.4	Impedanzmatrix	124
B	Zweitorparameter	127
B.1	Messtechnische Bestimmung der Zweitorparameter	130
B.2	Synthesierung der reziproken Systemmatrix	132
B.2.1	T -Netzwerk	132
B.2.2	Π -Netzwerk	133
Abbildungsverzeichnis		135
Literatur		138

Notation

Mathematische Notation

Darstellung	Funktion
x	Reale Größe
\boldsymbol{x}	Komplexe Größe oder komplexe Amplitude
\boldsymbol{x}^*	Komplexe Konjugation der Größe \boldsymbol{x}
$\operatorname{Re} \boldsymbol{x}$	Realteil der Größe \boldsymbol{x}
$\operatorname{Im} \boldsymbol{x}$	Imaginärteil der Größe \boldsymbol{x}
$ \boldsymbol{x} $	Betrag der Größe \boldsymbol{x}
φ_x	Phase der Größe \boldsymbol{x}
x_a	Größe mit Merkmal oder Position a
x'_a	Vorgeschaltete oder entgegengesetzte Größe zu x_a
x_{ab}	Größe die an a auftritt, aber von b erzeugt wird
\vec{x}	Vektor mit drei Komponenten
\mathcal{X}	Matrix \mathcal{X}
\mathcal{X}_{ab}	Systemmatrix zwischen a und b
$x_{a,b}$	Element der Matrix \mathcal{X} bei Zeile a und Spalte b
$\det \mathcal{X}$	Determinante der Matrix \mathcal{X}
\mathbb{X}	Mathematische Menge
j	Imaginäre Einheit, $\sqrt{-1}$
$\vec{x} \times \vec{y}$	Kreuzprodukt aus \vec{x} und \vec{y}
$\vec{x} \circ \vec{y}$	Skalarprodukt aus \vec{x} und \vec{y}

Formelzeichen

Bezeichnung	Einheit	Beschreibung
A	m^2	Oberfläche
a	m	Distanz zwischen zwei Elektroden
\mathcal{A}	–	Kettenmatrix
B	$\text{T}, \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}$	Magnetischen Flussdichte
B_k	–	Übertragungsbandbreite
C	$\text{F}, \frac{\text{As}}{\text{V}}$	Kondensator
d	m	Durchmesser
DF	–	Verlustfaktor
E	$\frac{\text{V}}{\text{m}}$	Elektrische Feldstärke
ESR	Ω	Äquivalenter Serienwiderstand
f	Hz	Frequenz einer Wechselgröße
FOM	–	Figure of merit, $FOM = \sqrt{Q_k^2 - 1}$
g	m	Abstand zwischen Sender und Empfänger
H	–	Übertragungsfunktion
\mathcal{H}	–	Hesse-Matrix
I	A	Elektrischer Strom
k	–	Kopplungsfaktor
L	$\text{H}, \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$	Induktivität
l	m	Stromführender Leiter
M	$\text{H}, \frac{\text{Vs}}{\text{A}}$	Gegeninduktivität
n	–	Übersetzungsverhältnis eines Transformators
P	W	Wirkleistung
Q	–	Güte
Q_k	–	Übertragungsgüte
r	m	Radius
R	Ω	Ohmscher Widerstand, Realteil von \mathbf{Z}
R	m	Distanz zwischen zwei Punkten
R_G	Ω	Gyratorwiderstand
S	W	Scheinleistung

t	s	Zeit
V	V	Elektrische Spannung oder Potentialdifferenz
x	–	Allgemeine Hilfsvariable
X	Ω	Reaktanz, Imaginärteil von \mathbf{Z}
\mathbf{Y}	S	Komplexe Admittanz, $Y = \frac{1}{Z}$
\mathcal{Y}	S	Admittanzmatrix
\mathbf{Z}	Ω	Komplexe Impedanz
Z_G	Ω	Gyratorimpedanz des Komplexen Gyrotors
\mathcal{Z}	Ω	Impedanzmatrix
α	Ω	Hilfsvariable zur Systembeschreibung
β	Ω	Hilfsvariable zur Systembeschreibung
ϵ_0	$\frac{\text{As}}{\text{Vm}}$	Elektrische Feldkonstante, $\epsilon_0 \approx 8.8542 \times 10^{-12}$
ϵ_r	–	Relative Permittivität
γ	Ω	Hilfsvariable zur Systembeschreibung
η	–	Wirkungsgrad
κ	–	Siehe Kopplungsfaktor k
λ	–	Leistungsfaktor
μ_0	$\frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$	Magnetische Feldkonstante, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$
μ_r	–	Relative Permeabilität
ϕ	V	Potential oder Potentialfunktion
ω	Hz	Kreisfrequenz einer Wechselgröße, $\omega = 2\pi f$
χ	–	Siehe FOM
ψ	A	Stromfunktion

1. Einleitung

Zu Beginn der Elektrifizierung herrschte in den Jahren 1884 bis 1896 zwischen den Unternehmen *Westinghouse Electric*, gegründet von George Westinghouse (* 1846, † 1914) und *Edison General Electric*, gegründet von Thomas Alva Edison (* 1847, † 1931), ein Streit über die bestmögliche leitungsgebundene Verteilung der elektrischen Energie [1]. Edison favorisierte lokale Kraftwerke, welche die Umgebung mit Gleichspannung versorgten, wohingegen Westinghouse, aufgrund der einfachen Möglichkeit der Transformation, die Wechselspannung favorisierte. Nicht zuletzt durch das Mitwirken von Nikola Tesla (* 1856, † 1943) konnten sich *Westinghouse Electric* und die Verteilung der Energie mittels Wechselspannungsnetz durchsetzen.



Abbildung 1.1.: *Nikola Tesla vor einer Spule,*
Quelle: www.teslasociety.com

Da der Ausbau der leitungsgebundenen Energieversorgung mit erheblichem Aufwand und Kosten verbunden war, beschäftigte sich Nikola Tesla, vermutlich inspiriert durch die kabellose Signalübertragung von Guglielmo Marconi (* 1874 , † 1937) im Jahr 1896 [2], bereits kurze Zeit später mit der Idee, auch Energie kontakt- oder kabellos zu übertragen. Sein erstes Patent zur kabellosen Energieübertragung reichte Tesla bereits im Jahr 1900 [3] ein. Im Jahr 1905 folgte die Anmeldung eines Verfahrens, mit welchem es

seiner Meinung nach möglich sein sollte, sowohl Daten, als auch elektrische Energie in weite Teile der Erde kabellos zu übertragen [4]. Zwischen diesen Anmeldungen entstand der Wardencllyffe Tower [5, 6], ein großer Tesla-Transformator auf Long Island (USA), welcher die kabellose Energieverteilung ermöglichen sollte. Wegen technischer Schwierigkeiten und mangelnder finanzieller Mittel wurde die Anlage jedoch nie fertiggestellt. Dennoch, die ersten Arbeiten und Visionen der kontaktlosen Energieübertragung gehen auf Nikola Tesla zurück.

Nach der gescheiterten Einführung durch Tesla wurde die kabellose Energieübertragung nur noch vereinzelt in sehr spezialisierten Bereichen weiterverfolgt und angewendet. So wurde zum Beispiel im Jahr 1958 der erste vollständig implantierbare Herzschrittmacher eingesetzt, welcher aufgrund der geringen Kapazität der damaligen Akkus, bereits von Außen induktiv geladen werden konnte [7]. Mit wachsendem Fortschritt der industriellen Automatisierung stieg gegen Ende des 20. Jahrhunderts das Interesse an der kabellosen Energieübertragung jedoch erneut an. Ziel war hier das Ersetzen von wartungsanfälligen Schleifkontakten sowie die Versorgung von Flurförderfahrzeugen.

Begünstigt durch die anhaltende Miniaturisierung der Elektrotechnik und Mechanik, steigt in der heutigen Zeit sowohl die Anzahl der medizinischen, implantierbaren Unterstützungssysteme, als auch die Anzahl der mobilen Kommunikations- und Unterhaltungselektroniken sehr stark an. Gleichzeitig gewinnt die Elektromobilität an zunehmender Bedeutung. Durch den Einzug der kontaktlosen Energieübertragung in diese ertragsstarken Märkte gehen aktuelle Marktforschungen davon aus, dass das Marktvolumen der kabellosen Energieübertragung bereits bis zum Jahr 2020 auf 15 Mrd. US-Dollar ansteigen wird [8].

Die kontaktlose Energieübertragung kann in zwei grundlegende Verfahren, die Energieübertragung im Nahfeld sowie die Energieübertragung im Fernfeld, unterteilt werden [6, 9]. Bei der Übertragung im Fernfeld findet der Energietransfer durch Wellen statt. In vielen Fällen handelt es sich dabei um elektromagnetische Wellen [10], wenngleich auch akustische Wellen zur Energieübertragung genutzt werden [11]. Zur Steigerung des Wirkungsgrades ist eine starke Bündelung der Wellen zu einem Strahl nötig. Dieser Strahl macht eine hindernisfreie Verbindung zwischen Sender und Empfänger nötig und erfordert zusätzlich eine sehr exakte Ausrichtung zwischen Sende- und Empfangseinheit. Als Beispiel kann die Energieversorgung von Flugobjekten durch einen vom Boden gesendeten und richtungsgesteuerten Laserstrahl [12, 13, 14] genannt werden. Ein weiteres Beispiel ist die bereits im Jahr 1968 von Peter Edward Glaser geborene Idee, Energie außerhalb der Erdatmosphäre durch Solarkollektoren zu sammeln und durch einen gerichteten Mikrowellenstrahl zur Erde zu transportieren [15, 16]. Der Vorteil der gerichteten elektromagnetischen Energieübertragung im Fernfeld ist, dass die Reichweite lediglich durch das Ausbreitungsmedium gedämpft wird und demnach in Luft oder gar im Vakuum sehr weite Distanzen überbrückt werden können.

Spielt der Wirkungsgrad, das Verhältnis aus empfangener zu gesendeter Wirkleistung, eine nebensächliche Rolle, kann auf die senderseitige Bündelung zu einem Strahl verzichtet werden. Dies macht zum Beispiel die Versorgung von Kleinstleistungsempfängern in einer weiten Umgebung möglich. Als Beispiel können hier die hochfrequenten RFID-Varianten genannt werden. [17] stellt ein solches System zur Patientenüberwachung im betreuenden Umfeld vor.

Übertragungsverfahren im Fernfeld haben immer den Nachteil, dass entweder eine Bündelung der Wellen zu einem Strahl nötig ist, oder alternativ der Wirkungsgrad der Energieübertragung nur sehr kleine Werte erreicht. Anders verhält es sich bei der Nahfeldkopplung. Hier wird die Energie direkt im elektrischen [18, 19] oder im magnetischen [20, 21, 22] Feld übertragen. Eine Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle findet idealerweise nicht statt. Da der Empfänger direkt durch das vom Sender erzeugte Feld gespeist wird, sind jedoch die überbrückbaren Distanzen, im Vergleich zur Übertragung im Fernfeld, stark limitiert. Demgegenüber steht ein hoher Wirkungsgrad, welcher auch ohne eine exakte Ausrichtung von Sender und Empfänger erreicht werden kann.

Ein Großteil der heute verfügbaren Systeme überträgt die Energie im Nahfeld. Hier findet vermehrt die induktive Übertragung Anwendung. Die steigende Anzahl dieser Systeme, speziell im Verbrauchermarkt, hat dazu geführt, dass der Wunsch nach herstellerübergreifender Interoperabilität entstanden ist. Es soll zukünftig möglich sein, unterschiedlichste Leistungsempfänger mit nur einem standardisierten Leistungssender zu versorgen oder zu laden. Dieser Wunsch hatte die Gründung mehrerer Konsortien herbeigeführt. Hier können das im Jahr 2009 gegründete *Wireless Power Consortium (WPC)*, die im Jahr 2012 gegründete *Power Matters Alliance (PMA)* sowie die im gleichen Jahr entstandene *Alliance for Wireless Power (A4WP)* genannt werden [23].

Ein aktuell sehr erfolgreicher Markt ist der mobile Kommunikationssektor. Viele Hersteller setzen mittlerweile zum Laden ihrer Mobiltelefone ein standardisiertes induktives Übertragungsverfahren im Nahfeld ein. Dies spart fehleranfällige Ladekontakte und Steckverbinder und steigert gleichzeitig den Komfort des Anwenders. Wie zu Beginn bereits erwähnt, finden sich auch viele interessante und lukrative Einsatzbereiche in der Medizintechnik. So können zum Beispiel implantierte Unterstützungssysteme transkutan mit Energie versorgt werden. Dies hat für den Patienten den enormen Vorteil, dass die Speisung des Implantates auch ohne Kabel, welche durch die Haut nach Außen geführt werden, möglich wird. Dadurch sinkt das Infektionsrisiko auf ein Minimum. Überdies hinaus profitieren auch viele Geräte und Werkzeuge im medizinischen Bereich von der kabellosen Energieübertragung, weil auf Lade- oder Versorgungsstecker gänzlich verzichtet werden kann. Dies vereinfacht die Desinfektion und die chemische Sterilisation, weil auch elektronische Geräte vollständig in eine entsprechende Lösung eingetaucht werden können.

Im industriellen Umfeld ist neben dem Ersatz von Schleifkontakten und der Versor-

gung von elektrischen Flurförderfahrzeugen auch die Energieübertragung in geschlossene Behältnisse und Tanks oder bewegte und rotierende Anwendungen interessant. Gleichzeitig wird durch den Verzicht auf elektrische Kontakte der Kontaktfunke unmöglich. Dies erlaubt das Laden oder die Versorgung von kabellosen Anwendungen auch in explosionsgeschützten Bereichen, wie zum Beispiel dem Bergbau, Raffinerien oder Bohrseln.

Aufgrund der vielen Einsatzmöglichkeiten befasst sich diese Arbeit ausschließlich mit Übertragungssystemen im Nahfeld. Es wird davon ausgegangen, dass sowohl von dem Leistungssender, als auch von dem Leistungsempfänger keine elektromagnetischen Wellen ausgehen. Dadurch wird es möglich, ein lineares zeitinvariantes Übertragungssystem im Nahfeld, unabhängig von der Art der Kopplung, durch Zweitorparameter zu beschreiben [24]. Die gezeigten Beispiele sind induktive und kapazitive Übertragungssysteme, wenngleich dies keine Einschränkung darstellen soll.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt in der Bestimmung der optimalen Ausnutzung eines vorhandenen oder vorgegebenen Übertragungssystems. Durch eine zusätzliche äußere Beschaltung soll es möglich werden, sowohl den Wirkungsgrad der Energieübertragung zu maximieren, als auch eine möglichst große Leistung zu übertragen. Verluste in dem Leistungsverstärker oder einem eventuell nötigen Gleichrichter werden vernachlässigt. Die Kenntnis der optimalen Ausnutzung des Übertragungssystems erlaubt es, unterschiedlichste Verfahren zu charakterisieren, was unter anderem einen objektiven Vergleich verschiedener Verfahren ermöglicht.

Das nachfolgende Kapitel soll einen ersten Überblick über die Grundlagen und Problemstellungen praktischer Übertragungssysteme im Nahfeld vermitteln. Da ein Großteil der heute verfügbaren Übertragungssysteme die Energie im magnetischen Feld überträgt, wird auch hier stellvertretend ein induktives Übertragungssystem betrachtet. Die gezeigte verlustfreie Darstellung veranschaulicht anhand von ausgesuchten Beispielen, wie große Leistungen auch bei einer schlechten magnetischen Kopplung zwischen Sender und Empfänger bisher übertragen werden. Hierzu wird die Resonanzkompensation vorgestellt.

Das dritte Kapitel zeigt die gewählte Beschreibungsform von allgemeinen Übertragungssystemen durch Zweitorparameter und überdies hinaus, welche zusätzlichen Informationen bei vorgegebener Frequenz aus diesen Parametern gewonnen werden können. Es wird gezeigt, welche Lastimpedanz am Ausgang des Übertragungssystems zu einer Maximierung des Wirkungsgrades der Energieübertragung nötig ist. Gleichzeitig wird gezeigt, welche Quellreaktanz am Eingang des Übertragungssystems vorhanden sein muss, um die maximal mögliche Wirkleistung zum Ausgang des Übertragungssystems zu übertragen. Dem Leser wird anhand von einfachen Zusammenhängen gezeigt, wie Übertragungssysteme durch die eingeführte Übertragungsgüte charakterisiert werden können. Diese Übertragungsgüte gibt Auskunft über den erreichbaren Wirkungsgrad

und zeigt überdies hinaus, welche Variation des angeschlossenen Lastwiderstands zum Erhalt eines hohen Wirkungsgrades zulässig ist. Zum Ende des Kapitels werden Ersatzschaltbilder allgemeiner Übertragungssysteme vorgestellt. Hierzu werden ein Komplexer Transformator und ein Komplexer Gyrtator eingeführt. Zum Schluss finden sich mehrere Anwendungsbeispiele.

Nachdem die optimale Lastimpedanz und die optimale Quellreaktanz bekannt sind, diese aber in praktischen Systemen nur selten mit den tatsächlichen Größen übereinstimmen, zeigt das vierte Kapitel wie dies durch geeignete Anpassungen korrigiert werden kann. Kann das Übertragungssystem selbst angepasst werden, beschreibt der erste Abschnitt wie dieses Übertragungssystem entsprechend des angeschlossenen Lastwiderstandes und der vorhandenen Quelle dimensioniert werden sollte. Ist die Anpassung des Übertragungssystems nicht möglich, zeigen die darauffolgenden Abschnitte, wie zusätzliche Anpassungsnetzwerke an den Ein- und Ausgangsklemmen dazu genutzt werden können, die tatsächlichen Größen an die optimalen Größen anzupassen. Auch hier werden zum Abschluss Anwendungsbeispiele vorgestellt. Die Möglichkeiten der Anpassung wurden während der Bearbeitung dieser Arbeit ansatzweise auch in [25] und [26] erkannt.

Das fünfte Kapitel liefert neben einer Zusammenfassung der Arbeit einen Ausblick auf zukünftig zu bearbeitende Themenstellungen. Besonders die unterschiedlichen Arten der im vorangegangenen Kapitel gezeigten Anpassungen sowie ein mögliches Regelungskonzept sollen hier aufgegriffen werden.

Im Anhang wird die theoretische Bestimmung der Zweitorparameter eines induktiven und eines kapazitiven Übertragungssystems vorgestellt. Hierzu kommen das Biot-Savart-Gesetz, die Schwarz-Christoffel-Polygonabbildung und die konforme Abbildung zur Anwendung. Die dort gewonnenen Zweitorparameter werden unter anderem in den vorangegangenen Kapiteln zur Darstellung der Anwendungsbeispiele genutzt.

2. Grundlagen

Auch wenn die kontaktlose Energieübertragung noch immer Schwerpunkt vieler Forschungsgruppen ist, steigt die Anzahl der auf dem Markt verfügbaren Anwendungen bereits seit mehreren Jahren stetig an. Ein Großteil dieser kontaktlosen Übertragungssysteme basiert auf der induktiven Nahfeldkopplung zwischen zwei oder mehreren Spulen. Die Anzahl der Veröffentlichungen zu alternativen Übertragungsverfahren im Nahfeld, wie zum Beispiel zur kapazitiven Energieübertragung, ist deutlich geringer. Obwohl am Beispiel der kapazitiven Kopplung bereits vereinzelt Anwendungen auf dem Markt verfügbar sind, haben diese aktuell eine eher untergeordnete Bedeutung.

Zu Beginn sollen in diesem Abschnitt, stellvertretend für allgemeine Übertragungssysteme im Nahfeld, Grundlagen, Problemstellungen sowie bereits bekannte Lösungen kontaktloser, induktiver Energieübertragungssysteme vorgestellt werden. Zur Vereinfachung werden Verluste in diesem ersten Abschnitt vernachlässigt. In der Literatur finden sich mehrere Verfahren, mit welchen Übertragungssysteme im Nahfeld beschrieben werden können [27, 28]. Folgt man der Namensgebung von [27] lassen sich diese Verfahren in drei Gruppen einteilen. Die *coupled-mode theory* beschreibt das Übertragungssystem durch eine Approximation in Form von Differentialgleichungen erster Ordnung [29, 30, 31]. Bei der ebenfalls weit verbreiteten *reflected load theory* werden alle ausgangs- oder receiverseitigen Bauelemente zum Eingangskreis reflektiert und dort durch eine reflektierte Impedanz beschrieben und die *lumped circuit theory* geht von diskreten Bauelementen aus. Diese Arbeit beschreibt viele Zusammenhänge anhand der *lumped circuit theory* und bedient sich nur im geringem Umfang der *reflected load theory*.

Induktiv gekoppelte Spulen können im verlustlosen Fall bei sinusförmiger Anregung durch die bekannten Transformatorgleichungen

$$\begin{aligned}\mathbf{V}_1 &= j\omega L_1 \mathbf{I}_1 - j\omega M \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{V}_2 &= j\omega M \mathbf{I}_1 - j\omega L_2 \mathbf{I}_2\end{aligned}\tag{2.1}$$

beschrieben werden [32]. Die Spannungen \mathbf{V}_1 und \mathbf{V}_2 lassen sich an den Ein- beziehungsweise Ausgangsklemmen messen. Gleiches gilt für die fließenden Ströme \mathbf{I}_1 und \mathbf{I}_2 entsprechend des gewählten Indizes. L_1 und L_2 sind die Selbstinduktivitäten der jeweiligen Wicklung, M ist die koppelnde Gegeninduktivität und ω die Kreisfrequenz der Anregung.

Mit dem Gleichungssystem (2.1) kann bei einer ohmschen Belastung der Ausgangsklemmen unmittelbar das Ersatzschaltbild Abbildung 2.1 aus [22, 33] oder auch im allgemeineren Fall aus Abbildung 3.12(b) dieser Arbeit gezeichnet werden. Hier ent-

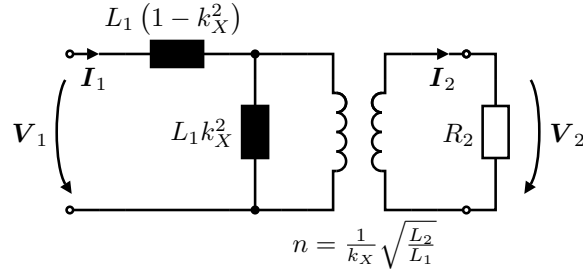


Abbildung 2.1.: Γ_1 -Ersatzschaltbild der verlustlosen Transformatorgleichungen

spricht k_X dem reaktiven Kopplungsfaktor und ist im Fall der induktiven Kopplung gegeben durch

$$k_X = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} . \quad (2.2)$$

Dieser Kopplungsfaktor ist abhängig von dem Abstand und der Orientierung der Sendee- und der Empfangsspule. Es gilt der Definitionsbereich

$$D := \{k_X \in \mathbb{R} \mid -1 \leq k_X \leq 1\} . \quad (2.3)$$

Aufgrund der räumlichen Trennung der gekoppelten Spulen ist der Betrag des reaktiven Kopplungsfaktors in praktischen Systemen deutlich kleiner als 1. Je nach Abstand lassen sich Kopplungsfaktoren $|k_X| < 0.1$ ermitteln. Unter diesen Bedingungen wird aus Abbildung 2.1 sofort deutlich, dass im unbelasteten Zustand ein Großteil der Eingangsspannung an der Induktivität $L_1(1 - k_X^2)$ abfällt und nur eine kleine Amplitude dieser Spannung am Ausgang zur Verfügung steht. Die Leerlaufspannung nimmt demnach mit dem Betrag des Kopplungsfaktors ab. Zusätzlich ist sofort ersichtlich, dass bei großen Lastwiderständen ein Großteil des eingespeisten Stroms durch die Induktivität $L_1 k_X^2$ und nicht wie gewünscht durch den Widerstand R_2 fließt. Bei kleinen Lastwiderständen wird der Ausgangsstrom erneut durch $L_1(1 - k_X^2)$ begrenzt und der am Ausgang bestimmbare Kurzschlussstrom sinkt mit dem reaktiven Kopplungsfaktor ab.

Neben dem Absinken der Leerlaufspannung und des Kurzschlussstroms macht das Ersatzschaltbild aus Abbildung 2.1 deutlich, dass zur Übertragung einer Wirkleistung P_2 bei kleinem Betrag des Kopplungsfaktors eine vielfach höhere Scheinleistung eingespeist werden muss. Es gilt der Zusammenhang

$$\frac{\mathbf{S}_1}{P_2} = 1 + j \frac{1}{k_X^2} \left[\frac{\omega L_2}{R_2} (1 - k_X^2) + \frac{R_2}{\omega L_2} \right] , \quad (2.4)$$

wonach der Imaginärteil der Eingangsscheinleistung mit fallendem Kopplungsfaktor stark ansteigt. Abbildung 2.2 zeigt den Betrag von (2.4) in Abhängigkeit des reaktiven Kopplungsfaktors und des normierten Lastwiderstandes R_2 . Bei großen Kopplungsfak-

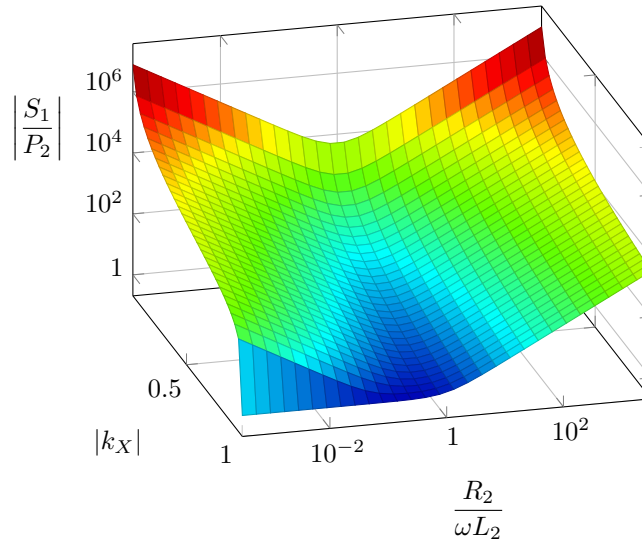


Abbildung 2.2.: *Normierter Betrag der Eingangsscheinleistung (2.4) in Abhängigkeit des Kopplungsfaktors k_X und des normierten Lastwiderstandes*

toren ist im Allgemeinen auch die Aufnahme der Scheinleistung geringer. Überdies hinaus zeigt Abbildung 2.2, dass die Scheinleistungsaufnahme des Systems mit dem angeschlossenen Lastwiderstand variiert und in Abhängigkeit des Kopplungsfaktors ein Lastwiderstand existiert, bei welchem die Scheinleistungsaufnahme ein Minimum aufweist. Nach einer Differentiation von (2.4) folgt für den verlustlosen Fall sofort

$$R_{2,S_{1min}} = \omega L_2 \sqrt{1 - k_X^2} . \quad (2.5)$$

Bei sehr großen Kopplungsfaktoren sinkt der Lastwiderstand, welcher eine geringe Scheinleistungsaufnahme zur Folge hat, gegen Null. Bei kleinen Kopplungsfaktoren konvergiert dieser Lastwiderstand gegen ωL_2 .

Auch wenn die Scheinleistungsaufnahme im Allgemeinen durch die Wahl des Lastwiderstandes entsprechend (2.5) verringert werden kann, steigt sie doch bei kleinen Beträgen des Kopplungsfaktors sehr stark an. Dies führt dazu, dass zur Übertragung einer definierten Ausgangsleistung, die speisende Quelle neben einer Wirkleistung eine zusätzliche, mit dem sinkenden Kopplungsfaktor steigende, Blindleistung liefern muss. Diese verursacht Verluste an einem Innenwiderstand der Quelle, hat aber auch zur Folge, dass die Quelle größer dimensioniert werden muss.

Mit der Eingangsscheinleistung steigt der Blindanteil des Eingangsstroms I_1 aus Abbildung 2.1 an. Dies führt bei einer verlustbehafteten Übertragung dazu, dass Spannungsabfälle an unvermeidlichen Verlustwiderständen ansteigen. Demnach wird es mit sinkendem Kopplungsfaktor immer schwieriger, eine Leistung mit ausreichend hohem Wirkungsgrad zu übertragen.

Diese Einschränkungen haben zur Folge, dass die Energieübertragung mit induktiv gekoppelten Spulen ohne zusätzliche Maßnahmen nur bei großen reaktiven Kopplungsfaktoren sinnvoll erscheint. Sinkt der Kopplungsfaktor ab, erschweren die Induktivitäten im Ersatzschaltbild Abbildung 2.1 zunehmend die Energieübertragung. Um diese Schwierigkeiten zu umgehen, wird meist durch eine zusätzliche Beschaltung am Ein- und Ausgang des Übertragungssystems versucht, die Blindleistungsaufnahme zu minimieren und gleichzeitig den Wirkungsgrad zu maximieren [34, 35, 36]. Hierzu finden Resonanzwandler Anwendung, welche die störenden Induktivitäten durch gezielte Beschaltung mit Resonanzkondensatoren kompensieren [37]. So nutzt zum Beispiel [22] zur Energie- und Datenübertragung über gekoppelte Hilfswicklungen einen Serienkondensator an den Eingangsklemmen und einen Parallelkondensator an den Ausgangsklemmen des Übertragungssystems. Dies ist in Abbildung 2.3 dargestellt. Auch [38]

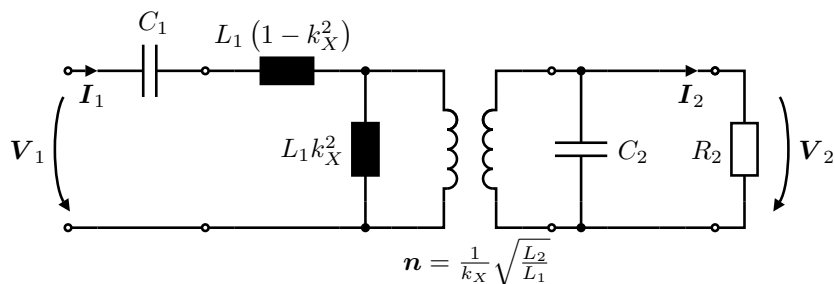


Abbildung 2.3.: *Beispielresonanzbeschaltung des verlustlosen Übertragungssystems*

und [39] greifen diese Beschaltung der induktiv gekoppelten Wicklungen auf, wenn gleich [39] keine kontaktlose Energieübertragung sondern den Aufbau eines integrierten Resonanzkreises herkömmlicher Resonanzkonverter beschreibt.

In Abbildung 2.1 wurde für den unkompenzierten Fall deutlich, dass bei kleinen Kopplungsfaktoren k_X ein Großteil der eingangsseitig eingepprägten Spannung am Ausgang nicht zur Verfügung steht. Wird nun in Abbildung 2.3 der Kondensator C_1 so dimensioniert, dass der Betrag seiner Reaktanz bei gewünschter Frequenz der Reaktanz der Längsinduktivität $L_1(1 - k_X^2)$ entspricht, addieren sich diese beiden Reaktanzen, wie bei einem Serienschwingkreis üblich, zu Null. Dies hat zur Folge, dass die Leerlaufspannung einen deutlich höheren Wert als in Abbildung 2.1 annimmt. Gleichzeitig ist diese Leerlaufspannung in diesem Arbeitspunkt entsprechend des Übersetzungsverhältnisses

n zwar abhängig von dem Kopplungsfaktor, jedoch unabhängig von dem Lastwiderstand. Dies führt dazu, dass der Kurzschlussstrom bei verlustloser Betrachtung gegen Unendlich steigt.

Ein Großteil eines eingepprägten Stroms fließt in Abbildung 2.1 durch die Querinduktivität $L_1 k_X^2$ und nicht durch den angeschlossenen Lastwiderstand. Dieser Blindstrom verursacht Verluste an einem Innenwiderstand einer Quelle und an den hier vernachlässigten Verlustwiderständen. Wird der Resonanzkondensator C_2 in Abbildung 2.3 so dimensioniert, dass der Betrag seines Blindleitwerts, nach Berücksichtigung der Transformation durch den Idealen Transformator, den gleichen Wert wie der Betrag des Blindleitwerts der Querinduktivität $L_1 k_X^2$ annimmt, addieren sich diese Leitwerte ebenfalls zu Null. Wie bei einem Parallelresonanzkreis bei Anregung mit Resonanzfrequenz üblich, führt dies zu einem Anstieg der Gesamtimpedanz gegen Unendlich. In Resonanz wird der Strom in der Induktivität $L_1 k_X^2$ durch den Kondensator C_2 und nicht durch die Quelle geliefert. Demnach fließt der Eingangsstrom, nach Berücksichtigung des Übersetzungsverhältnisses des Idealen Übertrager, direkt zu den Ausgangsklemmen.

Unter Verwendung von Abbildung 2.3 kann analog zu (2.4) das Verhältnis der Eingangsscheinleistung zur Ausgangswirkleistung bestimmt werden. Nach den Definitionen

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{1}{L_1 (1 - k_X^2) C_1}}, \quad (2.6)$$

$$\omega_2 = \sqrt{\frac{1}{L_1 k_X^2 C_2} \underbrace{k_X^2 \frac{L_1}{L_2}}_{\frac{1}{n^2}}} = \sqrt{\frac{1}{L_2 C_2}} \quad (2.7)$$

$$(2.8)$$

und

$$Q_{R_2} = \frac{\omega L_2}{R_2} \quad (2.9)$$

folgt der Zusammenhang

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{S}_1}{P_2} &= 1 + j \frac{1 - k_X^2}{k_X^2 Q_{R_2}} \left[\frac{\omega^4}{\omega_2^4} + Q_{R_2}^2 - \frac{\omega_1^2}{\omega^2} (1 + Q_{R_2}^2) \right] \\ &\quad + j \frac{2}{k_X^2 Q_{R_2}} \frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} (1 - k_X^2) \left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2} \right] \\ &\quad + j \frac{1}{k_X^2 Q_{R_2}} \left[1 - \frac{\omega^2}{\omega_2^2} \left(\frac{\omega_1^2}{\omega_2^2} (1 - k_X^2) + k_X^2 \right) \right]. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Hier fällt auf, dass die Faktoren in den eckigen Klammern bei der Dimensionierung $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ gegen Null konvergieren. In diesem Fall ist die Eingangsscheinleistung

gleich der Ausgangswirkleistung und die Eingangsblindleistung demnach Null. Dies führt dazu, dass im Gegensatz zu Abbildung 2.2 auch bei sehr kleinen Kopplungsfaktoren keine Blindleistung aus der Quelle entnommen wird. In Verbindung mit den zuvor genannten Eigenschaften wird so eine Energieübertragung mit kleinen Kopplungsfaktoren und demzufolge auch über große Distanzen möglich.

In den letzten Jahren hat sich zunehmend die beidseitige Beschaltung mit Serienkondensatoren in Abbildung 2.4 etabliert. Diese findet auch in den bereits in der Einleitung genannten Industriekonsortien Anwendung. Die gemäß (2.1) gekoppelten Wicklungen sind in dieser Darstellung durch ein gleichwertiges symmetrisches T-Ersatzschaltbild dargestellt. Auch dieses wird in [22, 33] vorgestellt und kann im allgemeinen Fall aus Abbildung 3.12(a) dieser Arbeit hergeleitet werden. Die Dimensionierung der Reso-

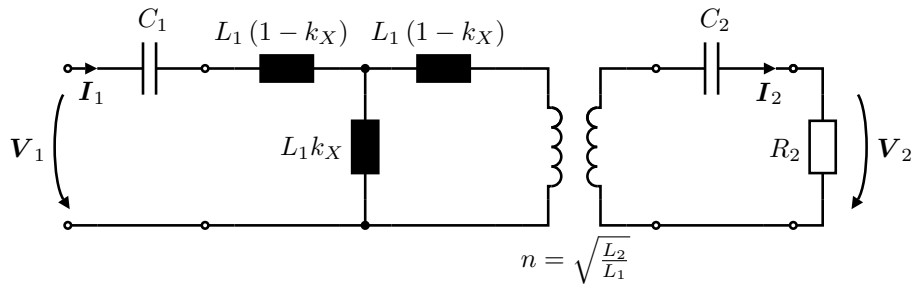


Abbildung 2.4.: Weitere Beispielresonanzbeschaltung des verlustlosen Übertragungssystems

nanzkondensatoren erfolgt auf unterschiedlichste Weise. So stellt zum Beispiel [40] eine Möglichkeit vor, durch die Wahl der Resonanzkondensatoren C_1 und C_2 , die Abhängigkeit der Übertragungseigenschaften vom Kopplungsfaktor und somit der Positionierung der gekoppelten Spulen zu minimieren. [41] beschreibt, dass es durch die Wahl der Resonanzkondensatoren anhand einer zusätzlichen Nullphasenregelung der Eingangsimpedanz möglich ist, die Ausgangsspannung, unabhängig vom Kopplungsfaktor, zu einem definierten Wert zu stabilisieren.

Eine große Anzahl der bisherigen Veröffentlichungen geht davon aus, dass der Resonanzkondensator C_1 in Verbindung mit der Selbstinduktivität L_1 die gleiche Resonanzfrequenz aufweist wie der Resonanzkreis bestehend aus dem Kondensator C_2 und der Induktivität L_2 [35, 36, 42, 43]. In diesen Fällen gilt

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} = \omega_2 . \quad (2.11)$$

Die Vorteile dieser Dimensionierung werden im Fall der Spannungsspeisung des Übertragungssystems besonders deutlich. Abbildung 2.5 zeigt den normierten Betrag der Spannungsübertragungsfunktion von Abbildung 2.4 unter Berücksichtigung von (2.11), aufgetragen über der Frequenz der Eingangsspannung. Dargestellt sind drei unterschied-

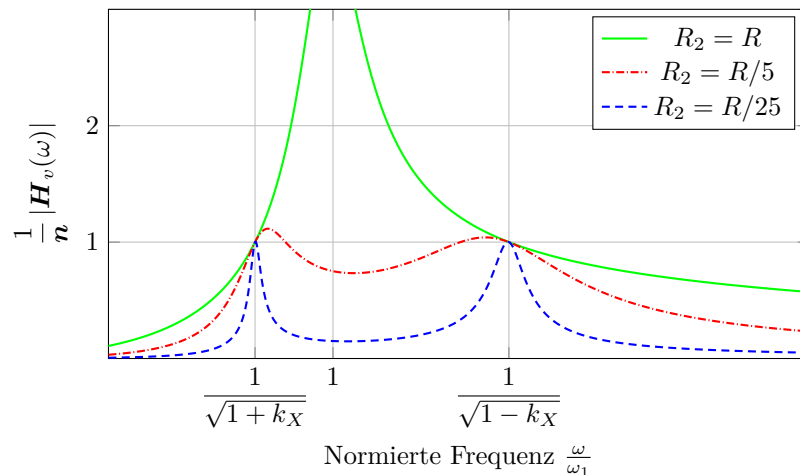


Abbildung 2.5.: Normierter Betrag der Spannungsübertragungsfunktion, aufgetragen über normierter Frequenz

liche Lastwiderstände R_2 . Es fällt auf, dass zwei Frequenzen existieren, bei welchen der Betrag der Spannungsübertragungsfunktion unabhängig von dem angeschlossenen Lastwiderstand ist. Wird das Übertragungssystem Abbildung 2.4 mit dieser Frequenz angeregt, ist die Ausgangsspannung bei konstanter Eingangsspannung nur von dem Übersetzungsverhältnis des Idealen Transformators und somit von den Selbstinduktivitäten der beiden Wicklungen und nicht von dem Kopplungsfaktor abhängig. Man spricht von den lastunabhängigen Punkten der Spannungsübertragungsfunktion.

Da die Selbstinduktivitäten von induktiven Übertragungssystemen toleranzbehaftet sind, die Bedingung (2.11) nur schwer erfüllbar ist, aber auch weil Verlustwiderstände unvermeidbar sind, variiert in tatsächlichen Übertragungssystemen auch der Betrag der Spannungsübertragungsfunktion in den lastunabhängigen Punkten. Ist dennoch eine konstante und lastunabhängige Ausgangsspannung erforderlich, ist eine Regelung dieser unumgänglich. Auch hier zeigt der Betrag der Spannungsübertragungsfunktion in Abbildung 2.5 einen interessanten Zusammenhang. Ausgehend von dem rechten lastunabhängigen Punkt fällt der Betrag der Übertragungsfunktion bei jedem Lastwiderstand mit steigender Frequenz monoton ab. Gleiches gilt in entgegengesetzter Weise für den linken lastunabhängigen Punkt. Durch diese Eigenschaft wird es möglich, die Ausgangsspannung in Abhängigkeit von der Frequenz zu steuern. Dies erlaubt, nach zusätzlicher Implementierung einer Rückführung, die einfache Realisierung einer Regelschleife. Die Übertragungssysteme der Industriekonsortien *WPC* und *PMA* arbeiten beispielsweise nach diesem Verfahren und schließen die Regelschleife durch eine zusätzliche digitale Datenübertragung vom Leistungsempfänger zurück zum Leistungssender. Gewählt wird in beiden Systemen der Bereich oberhalb des rechten lastunabhängigen Punkts, weil hier die Eingangsimpedanz des Übertragungssystems induktiv ist. Dies macht die

Speisung durch eine rechteckförmige Spannung eines einfachen Klasse D Verstärkers, einer Halb- oder Vollbrücke möglich. Überdies hinaus führt die induktive Eingangsimpedanz dazu, dass der gewählte Verstärker verlustarm unter ZVS-Bedingungen [22, 37], dem Schalten bei Nullspannung, arbeitet.

Mit sinkendem Kopplungsfaktor wird es mit berücksichtigten Verlustwiderständen und Toleranzen zunehmend schwieriger, Energie mit einem vertretbaren Wirkungsgrad zu übertragen. Es lässt sich zeigen, dass bei induktiven Systemen gemäß Abbildung 2.5 der maximal mögliche Wirkungsgrad näherungsweise bei der Frequenz ω_2 [30, 31] sowie die maximale Leistung näherungsweise bei der Frequenz ω_1 [35] übertragen werden. In Abbildung 2.5 würde dies einer Anregung mit der Frequenz ω_1 entsprechen. Es ist ersichtlich, dass bei dieser Frequenz der Betrag der Spannungsübertragungsfunktion, in Abhängigkeit des Lastwiderstandes, in weiten Bereichen variieren kann. Dies macht eine Regelung einer konstanten Ausgangsspannung bei ebenfalls konstanter Eingangsspannung und variablem Lastwiderstand ungleich schwieriger als zum Beispiel oberhalb des rechten lastunabhängigen Punktes. Dennoch arbeitet, aufgrund des hohen Wirkungsgrades, das in der Einleitung genannte Industriekonsortium *A4WP* bei dieser Frequenz. Generell lässt sich sagen, dass Systeme mit sehr kleinen Kopplungsfaktoren weitestgehend in diesem Arbeitspunkt betrieben werden. Die Regelung der Ausgangsgröße erfolgt in vielen Fällen dann durch eine Anpassung der Eingangsspannung.

Nach diesem kurzen Überblick wird bereits deutlich, dass in den letzten Jahren viele, zum Teil sehr unterschiedliche Möglichkeiten der Beschaltung induktiv gekoppelter Spulen vorgestellt wurden. Ziel dieser Arbeit ist es, den Blick auf das Wesentlichen zu fokussieren und anhand eines allgemeinen Übertragungssystems zu zeigen, durch welche Maßnahmen eine hohe Energieübertragung mit gleichzeitig maximalem Wirkungsgrad ermöglicht wird.

3. Übertragungssysteme

Ein Übertragungssystem beschreibt die Verbindung oder Kopplung zwischen einem Sender und einem Empfänger. Es dient im Allgemeinen der Übermittlung von physikalischen Größen. Diese können sowohl zur Energieübertragung, aber auch zur Signal- oder Datenübertragung genutzt werden. In dieser Arbeit wird das Hauptaugenmerk auf die Übertragung elektrischer Energie von einem Leistungssender oder Transmitter, zu einem Leistungsempfänger oder Receiver gelegt. Die in dieser Arbeit betrachteten Übertragungssysteme sollen passiv, linear, zeitinvariant und reziprok sein. Demzufolge können die beschriebenen Systeme durch eine beliebige Zusammenschaltung von frequenzabhängigen, ohmschen Widerständen, Induktivitäten und Kapazitäten dargestellt werden [44].

Ein Transmitter speist elektrische Energie in das Übertragungssystem ein und ein Receiver entnimmt einen Teil dieser Energie. Diesen Sachverhalt veranschaulicht Abbildung 3.1. Es werden die Indizes t für die Größen des Senders und r für die Größen des Empfängers eingeführt.

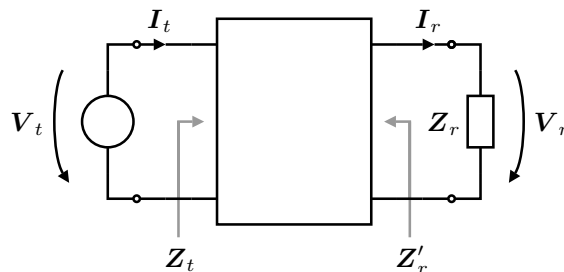


Abbildung 3.1.: Übertragungssystem als Zweitor, belastet durch die Impedanz Z_r

Die in Abbildung 3.1 eingezeichnete Quelle kann sowohl eine Strom- als auch eine Spannungsquelle sein. Sie wird als ideale Quelle definiert. Ist diese Idealisierung nicht möglich, kann die Quellenimpedanz als Bestandteil des Übertragungssystems berücksichtigt werden. Dies erlaubt es, auch eine impedanzbehaftete Quelle durch eine ideale Quelle zu modellieren. Die Senke wird in Abbildung 3.1 durch die Lastimpedanz Z_r repräsentiert. Sie kann im einfachsten Fall ein ohmscher Widerstand, aber auch die

gegebenenfalls komplexe Eingangsimpedanz eines weiteren nachgeschalteten Zweitores sein.

Die Impedanz \mathbf{Z}_t ist die Eingangsimpedanz des mit \mathbf{Z}_r belasteten Übertragungssystems. Sie lässt sich am Eingangstor des belasteten Zweitores messen. Die Impedanz \mathbf{Z}'_r ist die Impedanz, welche sich am Ausgangstor ohne angeschlossene Lastimpedanz messen lässt.

Bei der Analyse eines elektrischen Übertragungssystems, bietet sich eine Beschreibung der Übertragungseigenschaften im Frequenzbereich an. Der Fettdruck aller Größen in Abbildung 3.1 symbolisiert, dass diese durch komplexe Amplituden beschrieben werden. Auf die Frequenzabhängigkeit der komplexen Amplituden wird im weiteren Verlauf, wenn es aus dem Zusammenhang hervorgeht, nicht mehr explizit hingewiesen.

Die hier betrachteten Übertragungssysteme haben zwei Eingangsklemmen sowie zwei Ausgangsklemmen. Dies hat zur Folge, dass das Übertragungssystem durch ein Zweitor beschrieben werden kann [45]. Abweichend von der nachrichtentechnisch üblichen Konvention, wird am Transmittortor das Verbraucher- und am Receivertor das Erzeugerzählpfeilsystem entsprechend Anhang B definiert. Übertragungssysteme mit mehr als zwei Toren werden in dieser Arbeit nicht berücksichtigt. Prinzipiell lässt sich aber zeigen, dass viele der nachfolgend beschriebenen Zusammenhänge auch dort gültig sind.

Jedes lineare, zeitinvariante Zweitor lässt sich im Frequenzbereich durch zwei lineare Gleichungen beschreiben [45, 46]. So ist zum Beispiel die Eingangsspannung gegeben durch die Superposition

$$\mathbf{V}_t = \underbrace{\mathbf{Z}_{tt}\mathbf{I}_t}_{\mathbf{V}_{tt}} - \underbrace{\mathbf{Z}_{tr}\mathbf{I}_r}_{\mathbf{V}_{tr}}. \quad (3.1)$$

Demnach ist die Spannung am Eingangstor \mathbf{V}_t abhängig von einem eingangsseitig fließenden Strom, aber auch von dem ausgangsseitig entnommenen Strom. Diese Gleichung lässt sich in gleicher Weise für die Spannung an dem Ausgangstor

$$\mathbf{V}_r = \underbrace{\mathbf{Z}_{rt}\mathbf{I}_t}_{\mathbf{V}_{rt}} - \underbrace{\mathbf{Z}_{rr}\mathbf{I}_r}_{\mathbf{V}_{rr}} \quad (3.2)$$

aufstellen, woraus das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_t \\ \mathbf{V}_r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{tt} & -\mathbf{Z}_{tr} \\ \mathbf{Z}_{rt} & -\mathbf{Z}_{rr} \end{bmatrix}}_{\text{Impedanzmatrix } \mathbf{Z}_{tr}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_t \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

folgt. Die Impedanz- oder Z-Matrix \mathbf{Z}_{tr} in (3.3) charakterisiert das lineare Übertragungssystem im Frequenzbereich vollständig. Die Größen in der Z-Matrix sind fre-

quenzabhängige Impedanzen. Abbildung 3.1 sowie (3.1) und (3.2) liefern die Zusammenhänge

$$\mathbf{Z}_{tt} = \mathbf{Z}_t|_{I_r=0} \quad (3.4)$$

und

$$\mathbf{Z}_{rr} = \mathbf{Z}'_r|_{I_t=0} . \quad (3.5)$$

Die per Definition vorliegende Reziprozität führt dazu, dass die beiden Impedanzen \mathbf{Z}_{tr} und \mathbf{Z}_{rt} in (3.3) identisch sind. Es gilt

$$\mathbf{Z}_{rt} = \mathbf{Z}_{tr} . \quad (3.6)$$

Aus (3.3) und der Reziprozität (3.6) folgt direkt das elektrische Ersatzschaltbild in Abbildung 3.2. Hier spricht man von dem T-Impedanzmodell.

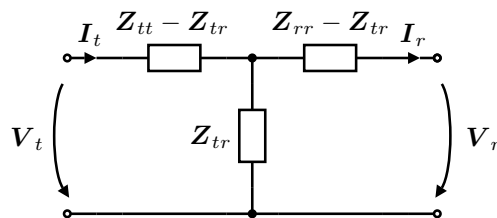


Abbildung 3.2.: T-Impedanzmodell

Im Anhang werden in den Abschnitten A.1 und A.2 die Herleitungen der Impedanzmatrix eines induktiven sowie eines kapazitiven Übertragungssystems vorgestellt. Das Ergebnis ist jeweils in (A.35) auf Seite 109 sowie (A.77) auf Seite 126 zu finden.

3.1. Energieauskopplung

Der nachfolgende Abschnitt zeigt, welche Anforderungen an die Lastimpedanz \mathbf{Z}_r entsprechend Abbildung 3.1 zur Optimierung der Energieübertragung und damit des Wirkungsgrades eines gegebenen Übertragungssystems gestellt werden. Neben der Lastimpedanz wird im weiteren Verlauf eine Übertragungsgüte hergeleitet, welche Auskunft über den maximal möglichen Wirkungsgrad einer Energieübertragung liefert. Unter Verwendung dieser Übertragungsgüte wird des Weiteren eine Übertragungsbandbreite vorgestellt, welche zusätzliche Information über den zulässigen Variationsbereich eines gegebenenfalls variablen Lastwiderstandes liefert. Dies macht die Übertragungsgüte zu einer Kenngröße, welche einen Vergleich unterschiedlichster Übertragungssysteme zulässt.

Erfolgt die Speisung eines beliebigen Übertragungssystems durch eine ideale Quelle, ist der Wirkungsgrad neben den Systemparametern noch von der speisenden Frequenz und der Lastimpedanz Z_r in Abbildung 3.3 abhängig. Sind das System und die Frequenz vorgegeben, bleibt lediglich die Abhängigkeit von der Last. Da die Ausgangsleistung sowohl bei kurzgeschlossenen als auch bei offenen Ausgangsklemmen gegen Null sinkt, lässt dies die Vermutung zu, dass eine Lastimpedanz existieren muss, bei welcher Energie mit einem systemabhängigen maximalen Wirkungsgrad übertragen werden kann.

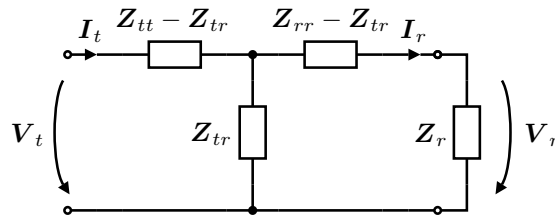


Abbildung 3.3.: Belastetes T-Impedanzmodell

Ziel dieses ersten Abschnittes ist die Maximierung des Wirkungsgrades der Energieübertragung eines bekannten Übertragungssystems durch die Wahl einer geeigneten Lastimpedanz Z_r . Die praktische Realisierung dieser Lastimpedanz ist nebensächlich. Sie kann im einfachsten Fall durch einen diskreten Widerstand und eine diskrete Reaktanz, aber auch durch die Eingangsimpedanz eines nachgeschalteten, beliebig aufgebauten Netzwerks repräsentiert werden.

Anhang (B.11) zeigt, dass der Wirkungsgrad von dem Betrag der Stromübertragungsfunktion sowie dem Realteil der Eingangsimpedanz abhängt. An dieser Stelle wird deutlich, dass eine vorgeschaltete Impedanz oder ein eventueller Innenwiderstand einer Quelle keinen Einfluss auf die Optimierung des Wirkungsgrades zwischen Ein- und Ausgangsklemmen haben kann. Die Stromübertragungsfunktion sowie die Eingangsimpedanz des Zweitorts bleiben in beiden Fällen unverändert. Demzufolge kann die Optimierung des Wirkungsgrades nur durch die Wahl einer geeigneten Lastimpedanz erfolgen.

Dies heißt natürlich nicht, dass der Gesamtwirkungsgrad unabhängig von dem Innenwiderstand einer Quelle ist. Wird zum Beispiel ein Innenwiderstand einer Quelle berücksichtigt, besteht natürlich die Möglichkeit, den Gesamtwirkungsgrad durch eine Minimierung des von der Quelle gelieferten Blindstroms weiter zu verbessern. Der Wirkungsgrad des eigentlichen Übertragungssystems entsprechend Abbildung 3.3 bleibt jedoch hiervon unverändert.

Die Stromübertragungsfunktion sowie die Eingangsimpedanz in (B.11) müssen entsprechend (B.6) und (B.10) errechnet werden. Unter Verwendung der bekannten Impedanz-

matrix \mathbf{Z}_{tr} (3.3) sowie der Reziprozität (3.6) folgt die Stromübertragungsfunktion

$$\mathbf{H}_i = \frac{\mathbf{Z}_{tr}}{\mathbf{Z}_r + \mathbf{Z}_{rr}} \quad (3.7)$$

und die Eingangsimpedanz

$$\mathbf{Z}_t = \frac{\mathbf{Z}_{tt}\mathbf{Z}_r + \det\mathbf{Z}_{tr}}{\mathbf{Z}_r + \mathbf{Z}_{rr}}. \quad (3.8)$$

Auch wenn die Herleitung der Beträge von (3.7) und (3.8) ohne größere Schwierigkeiten analytisch möglich ist, sind die beiden Ergebnisse sehr unübersichtlich. Aus diesem Grund wird auf eine Darstellung dieser verzichtet. Hier soll lediglich die weitere Herleitung der idealen Lastimpedanz sowie das Gesamtergebnis der Optimierung präsentiert werden.

Werden alle Impedanzen des Modells in Abbildung 3.3 durch je einen Real- und einen Imaginärteil entsprechend $\mathbf{Z} = R + jX$ dargestellt, lässt sich der Wirkungsgrad eines beliebigen Übertragungssystems nach (B.11) durch den Zusammenhang

$$\eta = \frac{R_r(\alpha - \beta)}{(X_r - \gamma)^2 + (R_r + \alpha)(R_r + \beta)} \quad (3.9)$$

beschreiben, wobei hier

$$\alpha = R_{rr} + \frac{X_{tr}^2}{R_{tt}}, \quad (3.10)$$

$$\beta = R_{rr} - \frac{R_{tr}^2}{R_{tt}} \quad (3.11)$$

und

$$\gamma = \frac{X_{tr}R_{tr}}{R_{tt}} - X_{rr} \quad (3.12)$$

substituiert werden müssen. Da ein Bruch im Allgemeinen sein Maximum bei minimalem Nenner hat, ist aus (3.9) sofort ersichtlich, dass zur Realisierung des maximalen Wirkungsgrades, der Imaginärteil der Lastimpedanz X_r gleich γ zu wählen ist. Es gilt

$$X_{r,\eta} = \gamma = \frac{X_{tr}R_{tr}}{R_{tt}} - X_{rr}. \quad (3.13)$$

Wird das Übertragungssystem durch eine Impedanz mit dem Blindanteil entsprechend $X_{r,\eta}$ belastet, fällt der quadratische Term im Nenner von (3.9) weg. Übrig bleibt ein Zusammenhang, welcher nach einer Partialbruchzerlegung durch

$$\eta = \frac{\alpha}{\alpha + R_r} - \frac{\beta}{\beta + R_r} \quad (3.14)$$

darstellbar ist. Aus dieser Subtraktion ist ersichtlich, dass der Wirkungsgrad sowohl bei sehr kleinen, als auch bei sehr großen Realteilen der Lastimpedanz R_r gegen Null strebt. Dies bestätigt die anfängliche Vermutung, dass eine Last realisierbar sein sollte, bei welcher der Wirkungsgrad maximal ist. Der Realteil diese Last lässt sich nach einer Differentiation von (3.14) mit nachfolgender Nullstellensuche finden. Es gilt

$$R_{r,\eta} = \sqrt{\alpha\beta}. \quad (3.15)$$

Mit 3.13 und 3.15 ist die Lastimpedanz $\mathbf{Z}_{r,\eta}$ gefunden, bei welcher eine Energieübertragung mit maximalem Wirkungsgrad möglich ist. Diese sollte im Idealfall der optimalen Impedanz

$$\mathbf{Z}_{r,\eta} = R_{r,\eta} + jX_{r,\eta} \quad (3.16)$$

entsprechen. Eine alternative Herleitung von (3.16) ist durch die direkte Anwendung einer partiellen Differentiation von (B.11), gemäß

$$\frac{\partial}{\partial R_r} \eta = 0 \quad (3.17)$$

und

$$\frac{\partial}{\partial X_r} \eta = 0 \quad (3.18)$$

möglich. Es lässt sich auch hier zeigen, dass (3.18) für (3.13) immer erfüllt ist. Das Einsetzen von (3.13) in (3.17) liefert den Realteil. Hier ergibt sich der Zusammenhang

$$R_{r,\eta} = \sqrt{\left(R_{rr} - \frac{R_{tr}^2}{R_{tt}}\right) \left(R_{rr} + \frac{X_{tr}^2}{R_{tt}}\right)}, \quad (3.19)$$

welcher ebenfalls mit 3.15 übereinstimmt. Somit ist die Lastimpedanz zur Optimierung des Wirkungsgrades auch mit einem alternativen Ansatz gefunden.

Zur Bestätigung, dass es sich bei dem gefundenen Punkt um ein Maxima handelt, wird die Hesse-Matrix errechnet. Es lässt sich zeigen, dass

$$\mathcal{H}(\eta) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \eta}{\partial R_{r,\eta}^2} & \frac{\partial^2 \eta}{\partial R_{r,\eta} \partial X_{r,\eta}} \\ \frac{\partial^2 \eta}{\partial X_{r,\eta} \partial R_{r,\eta}} & \frac{\partial^2 \eta}{\partial X_{r,\eta}^2} \end{bmatrix} = x \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

gilt, wobei x immer positiv und damit verbunden die Hesse-Matrix negativ definit ist. Dies beweist, dass ein lokales Maximum vorliegt.

Die ideale Lastimpedanz (3.16) kann im einfachsten Fall durch eine Reihenschaltung eines ohmschen Widerstandes R und einer Reaktanz X gemäß

$$\mathbf{Z}_{r,\eta} = R_{r,\eta} + jX_{r,\eta} = R + jX \quad (3.21)$$

sowie alternativ aus einer Parallelschaltung von R und X

$$\mathbf{Z}_{r,\eta} = R_{r,\eta} + jX_{r,\eta} = \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{jX} \right)^{-1} = \frac{RX^2}{R^2 + X^2} + j \frac{R^2X}{R^2 + X^2} \quad (3.22)$$

realisiert werden. Nach einem Koeffizientenvergleich ist ersichtlich, dass im Fall der Reihenschaltung (3.21) sowohl der optimale Widerstand als auch die optimale Reaktanz bereits aus (3.15) und (3.13) bekannt sind. Im Gegensatz dazu sind im Fall der Parallelschaltung (3.22) sowohl der Realteil als auch der Imaginärteil von Widerstand und Reaktanz abhängig. Aus (3.22) folgt

$$R = \frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}} \quad (3.23)$$

und

$$X = \frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{X_{r,\eta}}. \quad (3.24)$$

Der vorangegangene Abschnitt hat gezeigt, dass die Lastimpedanz zur Optimierung des Wirkungsgrades an das Übertragungssystem angepasst werden muss. So lässt sich zum Beispiel aus (3.10)–(3.15) und (A.35) bei dem im Anhang vorgestellten induktiven Übertragungssystem die optimale Lastimpedanz zu $\mathbf{Z}_{r,\eta} = 85.71 \text{ m}\Omega - j124.99 \text{ m}\Omega$ bestimmen. Mit negativem Imaginärteil, muss die Impedanz einen resistiven und einen kapazitiven Anteil haben. Da die Beispielsysteme bei einer Frequenz von 150 kHz angegeben sind, folgt daraus eine Kapazität von 8.49 μF . Im Vergleich dazu ist bei dem vorgestellten kapazitiven Übertragungssystem mit (A.77) eine optimale Impedanz von $\mathbf{Z}_{r,\eta} = 239.18 \text{ k}\Omega + j90.69 \text{ k}\Omega$ nötig. Aus dem positiven Imaginärteil folgt, dass hier die Impedanz neben dem resistiven auch einen induktiven Anteil aufweisen muss. Bei einer Frequenz von 150 kHz lässt sich eine Induktivität von 96.23 mH bestimmen. Die Beträge der optimalen Lastimpedanzen der beiden Beispielsysteme unterscheiden sich um mehrere Größenordnungen.

Liegt der umgekehrte Fall vor und die Lastimpedanz ist bereits vorgegeben, ist in manchen Fällen auch eine Anpassung des Übertragungssystems an die Lastimpedanz möglich. Am Beispiel einer induktiven Übertragung bedeutet dies, dass die Induktivitäten des Übertragungssystems an den Lastwiderstand angepasst werden können. Einige Möglichkeiten der Anpassung werden in Kapitel 4 dieser Arbeit vorgestellt.

3.1.1. Übertragungsgüte

(3.13) und (3.15) in (3.9) liefert den maximal möglichen Wirkungsgrad. Nach der Definition einer Übertragungsgüte Q_k zu

$$Q_k = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = \sqrt{\frac{1 + \frac{X_{tr}^2}{R_{tt}R_{rr}}}{1 - \frac{R_{tr}^2}{R_{tt}R_{rr}}}} \quad (3.25)$$

gilt für den maximal möglichen Wirkungsgrad eines beliebigen Übertragungssystems

$$\eta_{max} = \frac{Q_k - 1}{Q_k + 1}. \quad (3.26)$$

Zur Vervollständigung lässt sich auch (3.15) durch die Übertragungsgüte ausdrücken. Mit (3.11) und (3.10) gilt

$$R_{r,\eta} = Q_k \beta = \frac{\alpha}{Q_k}. \quad (3.27)$$

(3.26) zeigt, dass zwischen dem maximal möglichen Wirkungsgrad und der Übertragungsgüte ein einfacher Zusammenhang besteht. Abbildung 3.4 stellt diesen Zusammenhang grafisch dar.

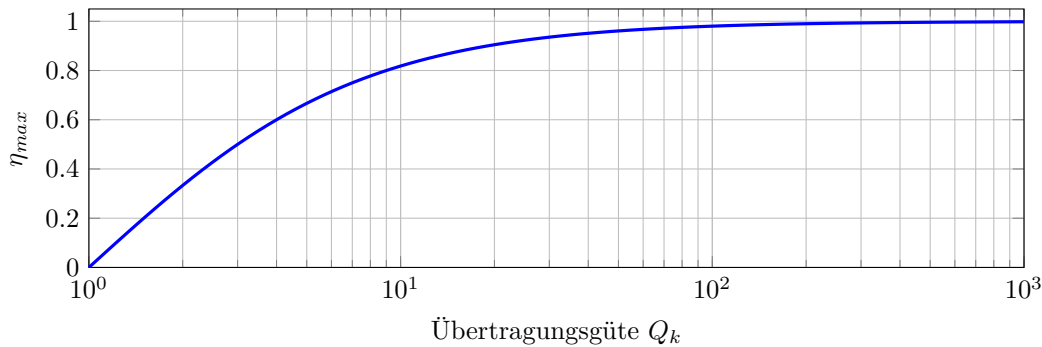


Abbildung 3.4.: Wirkungsgrad über der Übertragungsgüte

Werden von einem vorhandenen System die Vierpolparameter berechnet oder entsprechend Anhang B.1 gemessen, kann mit (3.25) und (3.26) direkt der maximal erreichbare Wirkungsgrad bestimmt werden. So kann zum Beispiel ein System mit einer Übertragungsgüte von $Q_k = 10$, unter optimalen Umständen einen Wirkungsgrad von knapp 82% erreichen. Dies lässt eine Bewertung und den Vergleich verschiedenster Übertragungssysteme zu.

In [25] und im Zusammenhang der induktiven Energieübertragung findet sich in der Literatur an vielen Stellen [47, 48] die Größe χ oder FOM . Auch wenn in den referenzierten Veröffentlichungen der Verlustwiderstand R_{tr} oft vernachlässigt wird, ist eine Erweiterung der dort angegebenen „figure of merit“ zu

$$\chi = FOM = \sqrt{\frac{R_{tr}^2 + X_{tr}^2}{R_{tt}R_{rr} - R_{tr}^2}} \quad (3.28)$$

möglich. Dieser Wert gibt ebenfalls Auskunft über den maximal erreichbaren Wirkungsgrad. Zwischen (3.25) und (3.28) gilt der Zusammenhang

$$Q_k = \sqrt{1 + FOM^2}. \quad (3.29)$$

Des Weiteren wird im Fall der induktiven Kopplung in [49] eine Güte der Gegeninduktivität Q_m eingeführt. Diese entspricht der Größe FOM bei Vernachlässigung des Verlustwiderstandes R_{tr} .

Leider sind die Zusammenhänge zur Berechnung des maximal möglichen Wirkungsgrad (3.26) und des idealen Lastwiderstandes (3.27) unter Verwendung der FOM weniger handlich, weshalb auf die weitere Anwendung dieser verzichtet wird.

Die Übertragungsgüten der im Anhang A vorgestellten Beispielsysteme lassen sich aus den jeweiligen Impedanzmatrizen (A.35) und (A.77) bestimmen. (3.10) und (3.11) in (3.25) liefern für das induktive System eine Übertragungsgüte von $Q_k = 7.14$ und für das kapazitive System $Q_k = 260.49$. Daraus wird sehr deutlich, dass das kapazitive Beispielsystem deutlich bessere Übertragungseigenschaften als das induktive Beispielsystem hat. Mit (3.26) erreicht das induktive System unter besten Voraussetzungen einen maximalen Wirkungsgrad von 75.39%. Deutlich besser ist hier das kapazitive System. Mit der angegebenen Übertragungsgüte kann das System einen Wirkungsgrad von maximal 99.2% erreichen. Da die beiden Beispielsysteme beliebig definiert wurden, soll an dieser Stelle nicht davon ausgegangen werden, dass die kapazitive Kopplung immer besser für die Energieübertragung geeignet ist, als die induktive Kopplung. Dennoch, von den beiden Beispielsystemen sollte die kapazitive Kopplung der induktiven vorgezogen werden.

3.1.2. Übertragungsbandbreite

Der vorangegangene Abschnitt hat das Übertragungssystem bei optimaler Lastimpedanz und somit auch bei maximalem Wirkungsgrad betrachtet. Es ging davon aus, dass sowohl der Realteil als auch der Imaginärteil der Lastimpedanz einen nach (3.15) und (3.13) definierten Wert haben. Diese Bedingung ist jedoch im praktischen Aufbau oft nicht über den vollständigen Arbeitsbereich realisierbar. Speziell der Realteil der

Lastimpedanz hängt von der Wirkleistungsentnahme am Empfänger ab und kann je nach Anwendung in weiten Bereichen variieren.

Abbildung 3.5 zeigt zwei Wirkungsgradverläufe unterschiedlicher Systeme, logarithmisch aufgetragen über dem normierten Realteil der Lastimpedanz. Das Maximum bei $R_r = R_{r,\eta}$ entspricht dem in (3.26) ermittelten Wirkungsgrad. Der Imaginärteil der Lastimpedanz X_r ist konstant und entspricht (3.13). Es ist deutlich zu erkennen,

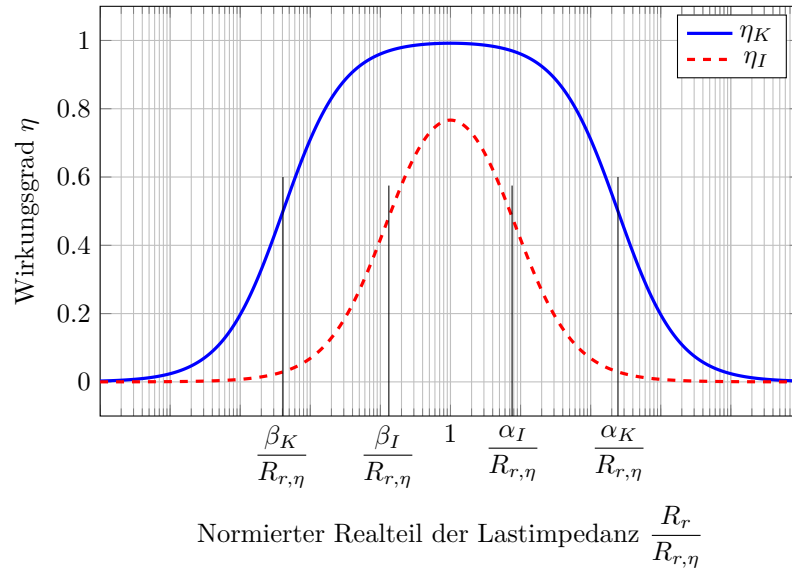


Abbildung 3.5.: *Wirkungsgrad von zwei unterschiedlichen Übertragungssystemen nach (3.14), aufgetragen über dem variablen Realteil der Lastimpedanz Z_r*

dass der Wirkungsgrad mit einer Erhöhung oder einer Verringerung des Lastwiderstandes, ausgehend von $R_{r,\eta}$, monoton abnimmt. Gleichzeitig zeigt sich auch, dass das System η_K im Vergleich zu η_I einen größeren Lastbereich mit vergleichsweise hohem Wirkungsgrad abdeckt. Es liegt nahe, eine Übertragungsbandbreite zu definieren, welche die Breite des Bereichs mit hohem Wirkungsgrad beschreibt und so, wie auch die Übertragungsgüte, einen Vergleich unterschiedlicher Übertragungssysteme zulässt.

Aus (3.14) wurde bereits ersichtlich, welchen Einfluss die beiden Größen α und β aus (3.11) und (3.10) auf den Wirkungsgrad haben. Sie sind zusätzlich in Abbildung 3.5 eingezeichnet. Aufgrund der Symmetrie von (3.14) fällt auf, dass der Wirkungsgrad bei dem Abszissenwert α eines Systems den gleichen Wert zeigt, wie bei dem Abszissenwert β dieses Systems. Es gilt

$$\log\left(\frac{\alpha}{R_{r,\eta}}\right) = -\log\left(\frac{\beta}{R_{r,\eta}}\right) \quad (3.30)$$

sowie

$$\eta_\alpha = \eta_\beta = \frac{1}{2} \frac{Q_k^2 - 1}{Q_k^2 + 1}. \quad (3.31)$$

Definiert man den Bereich zwischen α und β normiert auf den Lastwiderstand $R_{r,\eta}$ gemäß

$$B_k = \frac{\alpha - \beta}{R_{r,\eta}} \quad (3.32)$$

als Übertragungsbandbreite, ist eine Beschreibungsform gefunden, welche eine Aussage über den Wirkungsgrad bei variablem Widerstandes R_r zulässt. Nach dieser entspricht α per Definition dem maximal zulässige Lastwiderstand und β dem minimal zulässigen Lastwiderstand.

Die Übertragungsbandbreite (3.32) kann mit (3.25) und (3.27) auch unter Verwendung der bekannten Übertragungsgüte dargestellt werden. Es folgt

$$B_k = Q_k - \frac{1}{Q_k}, \quad (3.33)$$

wonach sich die Übertragungsbandbreite mit steigender Übertragungsgüte dem Wert dieser Güte tangential annähert. Hier gilt

$$B_k \approx Q_k \Big|_{Q_k \gg 1}. \quad (3.34)$$

Demzufolge steigt mit der Übertragungsgüte sowohl der Wirkungsgrad als auch die zulässige Variation des Lastwiderstandes an.

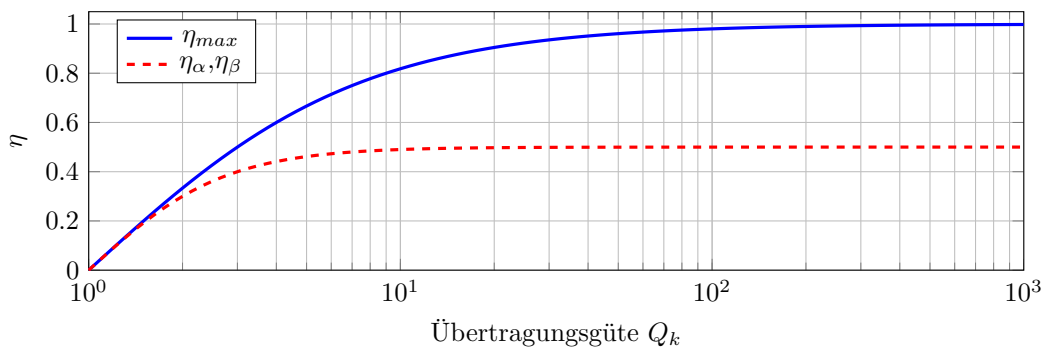


Abbildung 3.6.: *Maximalwirkungsgrad sowie Wirkungsgrad an der Bandgrenze, aufgetragen über der Übertragungsgüte*

Ist von einem Übertragungssystem nur die Übertragungsbandbreite B_k bekannt, kann die Übertragungsgüte durch

$$Q_k = \frac{1}{2} \left(B_k + \sqrt{B_k^2 + 4} \right) \quad (3.35)$$

ermittelt werden. Mit (3.35) in (3.27) ist überdies hinaus eine Möglichkeit gefunden, die zuvor definierten Grenzwiderstände α und β lediglich durch die Kenntnis der Übertragungsbandbreite und des optimalen Realteils der Lastimpedanz $R_{r,\eta}$ zu bestimmen.

Eine weitere interessante Größe ist der Quotient aus dem maximal zulässigen Lastwiderstand α und dem minimal zulässigen Lastwiderstand β . Aus (3.25) folgt direkt.

$$\frac{\alpha}{\beta} = Q_k^2 \quad (3.36)$$

Der Wirkungsgrad an der Bandgrenze (3.31) hat bei hohen Übertragungsgüten einen Wert von ungefähr 50%. Mit sinkender Übertragungsgüte sinkt der Wirkungsgrad an der Bandgrenze ebenfalls ab, was dazu führt, dass die Übertragungsbandbreite bei kleinen Übertragungsgüten zusätzlich verringert wird. Abbildung 3.6 zeigt den bereits aus Abbildung 3.4 bekannten maximalen Wirkungsgrad sowie den Wirkungsgrad an der Bandgrenze (3.31), aufgetragen über der Übertragungsgüte.

Da der Wirkungsgrad an der Bandgrenze für praktische Übertragungssysteme oft zu niedrig ist, soll zur Vollständigkeit hier noch der Lastwiderstandsbereich ermittelt werden, bei welchem der minimal zulässige Wirkungsgrad nicht durch (3.31) definiert ist, sondern beliebig durch einen Grenzwirkungsgrad η_g vorgegeben werden kann. Aus (3.14) folgen die beiden Grenzwiderstände

$$R_{r_{1,2}} = \frac{1}{2\eta_g} \left[\alpha(1 - \eta_g) - \beta(1 + \eta_g) \pm \sqrt{(\beta - \alpha) [\beta(1 + \eta_g)^2 - \alpha(1 - \eta_g)^2]} \right]. \quad (3.37)$$

Der Grenzwirkungsgrad η_g muss kleiner als η_{max} entsprechend (3.26) gewählt werden. Ansonsten liefert (3.37) kein brauchbares Ergebnis.

Aus der nach Abschnitt 3.1.1 bekannten Übertragungsgüte der Beispielsysteme aus Anhang A lassen sich mit (3.33) die Übertragungsbandbreiten bestimmen. Für das induktive Übertragungssystem folgt daraus eine Übertragungsbandbreite von $B_k = 7$. Mit (3.35) und (3.27) ergibt sich mit diesem Wert eine zulässige Variation des Lastwiderstandes von $12 \text{ m}\Omega \leq R_r \leq 612.25 \text{ m}\Omega$. Demnach ist der Bereich stark eingeschränkt. Anders verhält es sich bei dem kapazitiven Übertragungssystem. Hier lässt sich $B_k = 260.49$ bestimmen, wonach der Lastwiderstand zur Energieübertragung in einem weiteren Bereich variieren darf. Es gilt $918.2 \Omega \leq R_r \leq 62.3 \text{ M}\Omega$. Abbildung 3.5 zeigte bereits den Wirkungsgrad der Beispielsysteme, aufgetragen über dem normierten Lastwiderstand R_r . Der Index K steht hier für das kapazitive und der Index I für das induktive System.

3.2. Energieeinkopplung

In Abschnitt 3.1 wurde gezeigt, dass zu jedem verlustbehafteten Übertragungssystem eine Lastimpedanz $Z_{r,\eta}$ entsprechend (3.16) existiert, bei welcher das System eine Energie mit maximalem Wirkungsgrad überträgt. Des Weiteren wurde hier deutlich, dass eine Quellimpedanz den Wirkungsgrad nicht steigern kann. Durch die Wahl einer geeigneten Quellimpedanz ist es jedoch möglich, die Höhe der zur Verfügung stehenden Ausgangsleistung zu beeinflussen und im Idealfall zu maximieren. Da sich ein ohmscher Anteil dieser Impedanz negativ auf den Wirkungsgrad auswirken würde, wird folglich einer Quellreaktanz gesucht.

Im nachfolgenden Abschnitt soll gezeigt werden, welche Anforderungen an die speisende Quelle gestellt werden. Hierzu werden zu Beginn die Übertragungseigenschaften des Systems anhand der Übertragungsfunktionen ermittelt.

3.2.1. Übertragungsfunktionen

Die allgemeine Eingangsimpedanz sowie die allgemeine Stromübertragungsfunktion wurden bereits in (3.7) und (3.8) gefunden. Wird ein Übertragungssystem mit der idealen Lastreaktanz aber einem beliebigen Widerstand R_r belastet, lässt sich mit (3.10), (3.11) und (B.10) die Eingangsimpedanz Z_t entsprechend Abbildung 3.1 durch den Realteil

$$R_t = R_{tt} \frac{(R_r + \alpha)(R_r + \beta)}{(R_r + R_{rr})^2 + R_{rr}(\alpha + \beta - R_{rr}) - \alpha\beta} \quad (3.38)$$

und den Imaginärteil

$$X_t = X_{tt} - \frac{X_{tr}R_{tr}}{R_{rr}} \frac{R_{rr}(2R_r + \alpha + \beta)}{(R_r + R_{rr})^2 + R_{rr}(\alpha + \beta - R_{rr}) - \alpha\beta} \quad (3.39)$$

beschreiben. Wird das System überdies hinaus noch mit dem idealen Lastwiderstand $R_{r,\eta}$ belastet, vereinfachen sich (3.38) und (3.39) zu

$$R_t = \frac{R_{tt}}{R_{rr}} \sqrt{\alpha\beta} = \frac{R_{tt}}{R_{rr}} R_{r,\eta} \quad (3.40)$$

und

$$X_t = X_{tt} - \frac{X_{tr}R_{tr}}{R_{rr}}. \quad (3.41)$$

Hier ist deutlich die Ähnlichkeit zwischen (3.41) und der idealen Lastreaktanz (3.13) erkennbar.

Die Stromübertragungsfunktion kann gemäß (B.6) errechnet werden. Bei Belastung mit einem beliebigen Lastwiderstand, aber der idealen Lastreaktanz folgt

$$\operatorname{Re} \mathbf{H}_i = R_{tr} \frac{R_r + \alpha}{(\alpha - R_{rr})(R_{rr} - \beta) + (R_r + R_{rr})^2} \quad (3.42)$$

und

$$\operatorname{Im} \mathbf{H}_i = X_{tr} \frac{R_r + \beta}{(\alpha - R_{rr})(R_{rr} - \beta) + (R_r + R_{rr})^2}. \quad (3.43)$$

Auch hier ist unter der Annahme, dass neben der idealen Lastreaktanz auch der ideale Lastwiderstand angeschlossen wird, eine Vereinfachung von (3.42) und (3.43) möglich. Es gilt

$$\operatorname{Re} \mathbf{H}_i = \frac{R_{tr}}{R_{rr}} \frac{\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}} \quad (3.44)$$

und

$$\operatorname{Im} \mathbf{H}_i = \frac{X_{tr}}{R_{rr}} \frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}. \quad (3.45)$$

Mit (B.8) kann aus (3.38)–(3.45) die Spannungsübertragungsfunktion \mathbf{H}_v des Übertragungssystems berechnet werden. Zur Vereinfachung wird hier nur der Betrag bei Abschluss mit der idealen Lastreaktanz angegeben

$$|\mathbf{H}_v| = \frac{\sqrt{R_r^2 + \gamma^2} |\mathbf{H}_i|}{|\mathbf{Z}_t|} \quad (3.46)$$

$$|\mathbf{H}_v| = \sqrt{\frac{(R_r^2 + \gamma^2) \left[\frac{R_{tr}^2}{(R_r + \beta)^2} + \frac{X_{tr}^2}{(R_r + \alpha)^2} \right]}{\left[\frac{R_{tr} X_{tr} - (R_r + R_{rr}) X_{tt}}{R_r + \beta} + \frac{R_{tr} X_{tr} - (R_{rr} - \alpha) X_{tt}}{R_r + \alpha} \right]^2 + R_{tt}^2}}, \quad (3.47)$$

welcher sich nach zusätzlichem Abschluss mit dem optimalen Lastwiderstand $R_{r,\eta}$ zu

$$|\mathbf{H}_v| = \sqrt{\frac{(\alpha\beta + \gamma^2)(\alpha R_{tr}^2 + \beta X_{tr}^2)}{(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 [(R_{tr} X_{tr} - R_{rr} X_{tt})^2 + \alpha\beta R_{tt}^2]}} \quad (3.48)$$

vereinfacht. Die Spannungsübertragungsfunktion beschreibt das Verhältnis der Spannung über der Ausgangsimpedanz zur Eingangsspannung. Ist lediglich die Spannung über dem Lastwiderstand am Ausgang gesucht, kann diese aus (3.47) oder (3.48) gemäß

$$\left| \frac{\mathbf{V}_{R_r}}{\mathbf{V}_t} \right| = \frac{R_r |\mathbf{H}_i|}{|\mathbf{Z}_t|} = |\mathbf{H}_v| \Big|_{\gamma=0} \quad (3.49)$$

bestimmt werden.

Nachdem mit (3.38) und (3.39) die Eingangsimpedanz bekannt ist, ist das Systemverhalten an den Eingangsklemmen in Abhängigkeit der am Ausgang angeschlossenen Lastimpedanz beschrieben. Nachfolgend wird eine Speisung dieser Eingangsimpedanz, stellvertretend für die Speisung des Gesamtsystems, betrachtet. Hierzu ist die Unterscheidung in die Speisung durch eine Spannungs- oder Stromquelle nötig.

3.2.2. Spannungsspeisung

Wird das Übertragungssystem durch eine konstante Eingangsspannung gespeist, hat eine zur Eingangsimpedanz parallelgeschaltete Quellreaktanz keinen Einfluss auf die Energieübertragung. Hier zeigt lediglich eine Serienreaktanz, in Abbildung 3.7 dargestellt, Wirkung.

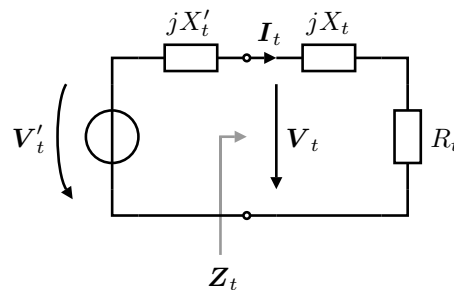


Abbildung 3.7.: Reaktanzbehaftete Spannungsquelle

Die Wirkleistung, welche in das System eingespeist wird, wird vollständig an dem Realteil der Eingangsimpedanz R_t umgesetzt. Sie errechnet sich durch

$$P_t = |V'_t|^2 \frac{R_t}{2 [R_t^2 + (X'_t + X_t)^2]} . \quad (3.50)$$

Aus (3.50) wird sofort ersichtlich, dass die maximale Wirkleistung in das System eingespeist wird, wenn

$$X'_t = -X_t \quad (3.51)$$

gilt. Dies lässt sich sehr anschaulich durch die kompensierende Wirkung der Serienschaltung aus einer positiven und einer negativen Reaktanz erklären. Die Reaktanzen addieren sich zu Null und die Eingangsspannung V'_t fällt nach Abbildung 3.7 vollständig über dem Realteil der Eingangsimpedanz ab.

Wird das bekannte Übertragungssystem mit der idealen Lastimpedanz nach Abschnitt 3.1 belastet, bestimmt sich die übertragene Leistung lediglich durch die Amplitude der Quelle. Mit (3.40), (3.41) und (3.51) folgt aus (3.49) für den Fall der Spannungsspeisung

entsprechend Abbildung 3.7, dass zur Übertragung einer gegebenen Ausgangsleistung P_r , die Speisung durch eine Eingangsspannung \mathbf{V}'_t mit einer Amplitude von

$$|\mathbf{V}'_t| = R_{tt} \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha R_{tr}^2 + \beta X_{tr}^2}} \sqrt{2P_r \sqrt{\alpha} \sqrt{\beta}} \quad (3.52)$$

erfolgen muss.

Geht man davon aus, dass das kapazitive Beispielsystem Anhang A.2 mit optimaler Lastimpedanz $Z_{r,\eta}$ belastet wird, ist zur Maximierung der Ausgangsleistung nach (3.51) eine Quellreaktanz von $j90.69 \text{ k}\Omega$ nötig. Dies entspricht bei einer Frequenz von 150 kHz einer Induktivität mit dem Wert 96.23 mH . Soll an dem Realteil der Lastimpedanz eine Leistung von beispielsweise 10 W umgesetzt werden, lässt sich mit (3.52) die dazu nötige Amplitude der Eingangsspannung zu 2.2 kV bestimmen.

3.2.3. Stromspeisung

Bei einer Speisung mit einer Stromquelle, zeigt die Serienreaktanz aus Abbildung 3.7 keine Wirkung. Wird jedoch, wie in Abbildung 3.8 dargestellt, eine Parallelreaktanz

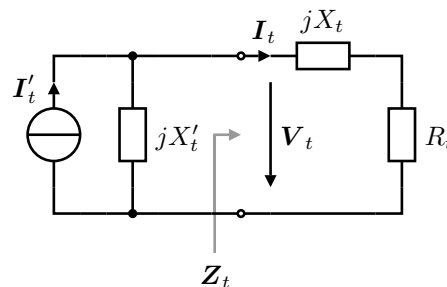


Abbildung 3.8.: Reaktanzbehaftete Stromquelle

berücksichtigt, kann die an dem Wirkwiderstand R_t umgesetzte Leistung durch

$$P_t = |I'_t|^2 \frac{R_t X_t'^2}{2 [R_t^2 + (X_t' + X_t)^2]} \quad (3.53)$$

berechnet werden. Durch eine Differentiation und eine nachfolgende Nullstellensuche lässt sich zeigen, dass die maximale Wirkleistung bei der Parallelreaktanz

$$X_t' = -X_t - \frac{R_t^2}{X_t} \quad (3.54)$$

umgesetzt wird. Auch in diesem Fall ist die übertragene Ausgangsleistung nach einer Energieauskopplung entsprechend Abschnitt 3.1 durch die Amplitude des Eingangsstroms bestimmt. Aus (3.44), (3.45) und (3.54) folgt, dass zur Übertragung einer Wirkleistung P_r , eine Speisung durch einen Eingangsstrom \mathbf{I}'_t mit der Amplitude

$$|\mathbf{I}'_t| = R_{tt}R_{rr} \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha R_{tr}^2 + \beta X_{tr}^2}} \sqrt{\frac{2P_r \sqrt{\alpha} \sqrt{\beta}}{(R_{tr}X_{tr} - R_{rr}X_{tt})^2 + \alpha\beta R_{tt}^2}} \quad (3.55)$$

nötig ist.

Ähnlich (3.21) und (3.22) zeigt der Vergleich zwischen (3.51) und (3.54), dass im Fall der Spannungsspeisung die Quellreaktanz unabhängig von dem Realteil der Eingangsimpedanz und entsprechend (3.40) auch unabhängig von dem Lastwiderstand gewählt werden kann. Im Gegensatz dazu ist im Fall der Stromspeisung die Quellreaktanz vom Realteil der Eingangsimpedanz und gemäß (3.40) auch von dem Lastwiderstand abhängig.

Am Beispiel des induktiven Beispielsystems, welches mit optimaler Lastimpedanz $Z_{r,\eta}$ belastet wird, ist nach (3.54) eine Quellreaktanz von $-184.77 \text{ m}\Omega$ nötig. Dies entspricht bei der gewählten Frequenz einer Kapazität von $5.77 \text{ }\mu\text{F}$. Soll am Ausgang eine Wirkleistung von 10 W umgesetzt werden, folgt aus (3.55) eine nötige Amplitude des Eingangsstroms von 9.95 A .

3.3. Ersatzschaltbilder

Geeignete Ersatzschaltbilder erleichtern im Allgemeinen das Verständnis der Wirkungsweise eines elektromagnetischen Zusammenhangs. In diesem Abschnitt werden gleich mehrere Ersatzschaltbilder für das Übertragungssystem eingeführt. Je nach Betrachtungsweise beschreibt eines dieser Bilder einen bestehenden Zusammenhang besonders anschaulich. Dies hat zur Folge, dass das gewählte Ersatzschaltbild an die Aufgabenstellung angepasst werden sollte.

Nachfolgend werden mehrere transformatorische Ersatzschaltbilder vorgestellt. [33, 22] zeigte bereits die Herleitung dieser Ersatzschaltbilder im Spezialfall der verlustfreien induktiven Kopplung. Die hier vorgestellten Bilder beschreiben im Gegensatz dazu den allgemeinen Fall.

Neben den transformatorischen Ersatzschaltbildern wird in Abschnitt 3.3.2 ein neues gyratorisches Ersatzschaltbild eingeführt.

3.3.1. Transformatorische Ersatzschaltbilder

In Abbildung 3.2 wurde bereits ein erstes Ersatzschaltbild des Übertragungssystems (3.3) vorgestellt. Nach diesem Ersatzschaltbild kann jedes reziproke System durch maximal drei Impedanzen beschrieben werden.

Bei einem allgemeinen Zweitor fließt per Definition der Strom, der in einen Anschluss eines Tors hineinfließt, auch aus dem zweiten Anschluss des gleichen Tors wieder heraus. Zu keiner Zeit fließt ein Querstrom vom Eingang zum Ausgang. Dies führt inhärent dazu, dass beide Tore von außen betrachtet galvanisch getrennt erscheinen. Diese galvanische Trennung kann rein formal durch eine Erweiterung mit einem Idealen Transformator mit dem Übersetzungsverhältnis von $n = 1$ verdeutlicht werden.

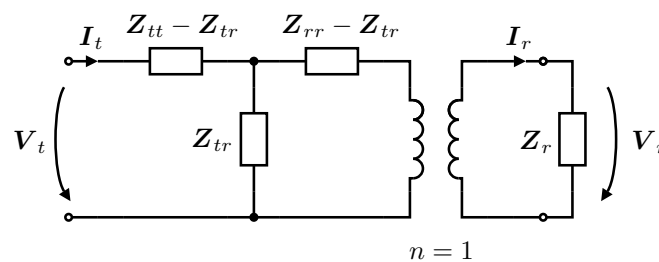


Abbildung 3.9.: T -Impedanzmodell aus Abbildung 3.1 nach Erweiterung mit einem Idealen Transformator

Der Ideale Transformator wandelt per Definition [32] eine sinusförmige Eingangsspannung zu einer hierzu proportionalen sinusförmigen Ausgangsspannung gleicher Phase. Es gilt $V_2 = nV_1$ und $I_1 = nI_2$. Das Übersetzungsverhältnis n ist bei dem konventionellen Idealen Transformator eine reelle Größe. Der Ideale Transformator ist verlustfrei.

Komplexer Transformator

Vernachlässigt man rein formal die bekannte Definition des Idealen Transformators und geht von einem komplexen Übersetzungsverhältnis \mathbf{n} aus, folgt ein Transformator nach Abbildung 3.10.

Es lassen sich analog zu den Übertragungsfunktionen eines Idealen Transformators die Zusammenhänge

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{n} \mathbf{V}_1 \quad (3.56)$$

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{n} \mathbf{I}_2, \quad (3.57)$$

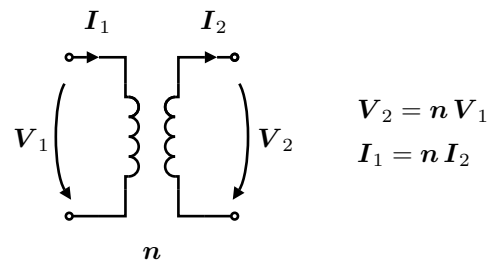


Abbildung 3.10.: Transformator mit komplexem Übersetzungsverhältnis

definieren. Der Komplexe Transformator ist, wie es das komplexe Übersetzungsverhältnis \mathbf{n} bereits vermuten lässt, ein reines Wechselspannungselement. Betrachtet man sowohl die Spannungen als auch das Übersetzungsverhältnis in (3.56) als Zeiger im komplexen Raum \mathbb{C} , wird deutlich, dass die Eingangsspannung gemäß

$$\mathbf{V}_1 = \frac{1}{\mathbf{n}} \mathbf{V}_2 = \frac{|\mathbf{V}_2|}{|\mathbf{n}|} e^{j(\varphi_{V_2} - \varphi_n)} \quad (3.58)$$

durch einen Zeiger darstellbar ist, welcher im Allgemeinen eine Phasenverschiebung zu dem Zeiger der Ausgangsspannung \mathbf{V}_2 hat. Für den Zeiger des Eingangsstroms gilt nach (3.57) analog

$$\mathbf{I}_1 = \mathbf{n} \mathbf{I}_2 = |\mathbf{n}| |\mathbf{I}_2| e^{j(\varphi_{I_2} + \varphi_n)}. \quad (3.59)$$

Aus (3.58) und (3.59) wird deutlich, dass die beiden Zeiger zwar um den gleichen Winkel gedreht werden, die Drehrichtung aber unterschiedlich ist. Diese unterschiedliche Drehrichtung hat Auswirkung auf die Scheinleistungsübertragung. Aus (3.56) und (3.57) folgt mit der bekannten Definition der Scheinleistung

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{V}_1 \mathbf{I}_1^* \quad (3.60)$$

$$\mathbf{S}_2 = \mathbf{V}_2 \mathbf{I}_2^* \quad (3.61)$$

sofort

$$\mathbf{S}_1 = \frac{\mathbf{n}^*}{\mathbf{n}} \mathbf{V}_2 \mathbf{I}_2^* = \frac{\mathbf{n}^*}{\mathbf{n}} \mathbf{S}_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{\mathbf{S}_2}{\mathbf{S}_1} = \underbrace{\frac{\mathbf{n}}{\mathbf{n}^*}}_{e^{j(2\varphi_n)}}. \quad (3.62)$$

Demzufolge haben die Zeiger für die Eingangsscheinleistung \mathbf{S}_1 und die Ausgangsscheinleistung \mathbf{S}_2 den gleichen Betrag, aber eine unterschiedliche Phase. Bei bekannter Ausgangsscheinleistung bedeutet dies, dass der Zeiger der Eingangsscheinleistung \mathbf{S}_1 eine Position entlang eines Kreises um den Ursprung einnimmt. Dieser Kreis hat den Radius $|\mathbf{S}_2|$. Dies zeigt Abbildung 3.11.

Die Position der Eingangsscheinleistung \mathbf{S}_1 ist abhängig von der Phase des komplexen Übersetzungsverhältnisses. Dreht sich die Phase des Übersetzungsverhältnisses im Uhrzeigersinn um den Ursprung des \mathbb{C} -Koordinatensystems, dreht sich auch \mathbf{S}_1 mit

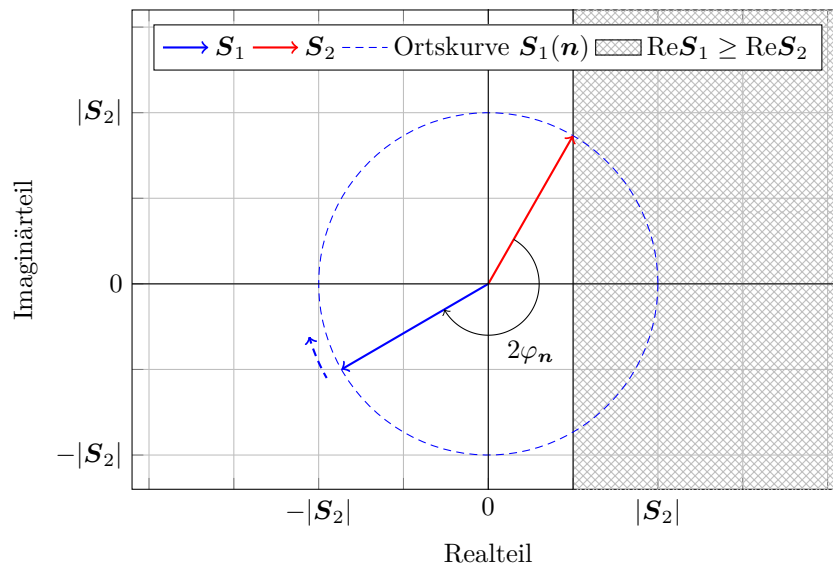


Abbildung 3.11.: Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsleistung am Komplexen Übertrager

doppelter Geschwindigkeit im Uhrzeigersinn um diesen Ursprung. Dies ist durch eine Ortskurve in Abbildung 3.11 dargestellt.

Die Möglichkeit die Eingangsscheinleistung um den Uhrsprung zu drehen, bringt einen interessanten Aspekt mit sich. In Abhängigkeit des Drehwinkels φ_n kann ein System beschrieben werden, bei welchem die Eingangswirkleistung kleiner als die Ausgangswirkleistung ist. Dies hat, je nach Drehwinkel, einen theoretischen Wirkungsgrad des Komplexen Transformators größer Eins zur Folge. Es gilt

$$\eta \leq 1 \quad \text{wenn} \quad \varphi_n \geq 0 \quad \text{und} \quad \varphi_n \leq \varphi_{S_2} \quad (3.63)$$

$$\eta \leq 1 \quad \text{wenn} \quad \varphi_n \geq \pi \quad \text{und} \quad \varphi_n \leq \pi + \varphi_{S_2} \quad (3.64)$$

$$\eta > 1 \quad \text{sonst} . \quad (3.65)$$

Aufgrund des allgemeingültigen Energieerhaltungssatzes der Thermodynamik ist jedoch klar, dass eine praktische Realisierung des Komplexen Transformators nur unter bestimmten Randbedingungen möglich ist. In einem Ersatzschaltbild mit zusätzlicher Außenbeschaltung können jedoch einzelne Schaltungsteile durch einen Komplexen Transformator interpretiert werden. In diesem Fall muss lediglich dafür gesorgt werden, dass die in der Praxis unvermeidlichen Verluste an einem zusätzlich zu berücksichtigenden Bauelement umgesetzt werden.

Eine ausgangsseitig angeschlossene Impedanz Z_2 wird bei einem Komplexen Transformator wie auch bei einem Idealen Transformator an den Eingang Z_1 reflektiert. Hier

gilt der Zusammenhang

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_1} = \frac{1}{\mathbf{n}^2} \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_2} = \frac{1}{\mathbf{n}^2} \mathbf{Z}_2. \quad (3.66)$$

Auch hier wird die Möglichkeit der Phasendrehung deutlich. Jede ausgangsseitig angeschlossene Impedanz \mathbf{Z}_2 kann in jede beliebige Eingangsimpedanz \mathbf{Z}_1 transformiert werden.

Um das Rechnen mit dem Komplexen Transformator zu erleichtern, erweist sich eine Zweitorbeschreibung besonders hilfreich. Da, wie auch beim Idealen Transformator, keine Impedanzmatrix existiert [46], kann hier nur eine Kettenmatrix angegeben werden. Aus (3.56) und (3.57) folgt sofort

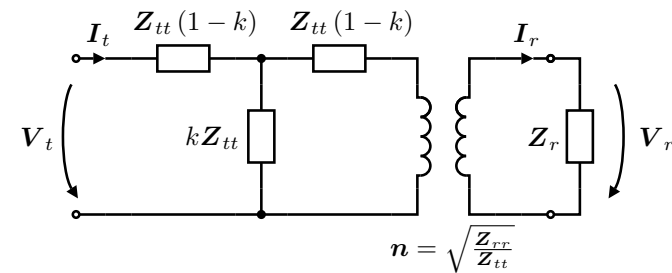
$$\mathcal{A}_T = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mathbf{n}} & 0 \\ 0 & \mathbf{n} \end{bmatrix}. \quad (3.67)$$

Der Komplexe Transformator ist reziprok. Dies lässt sich mit (3.67) durch $\det \mathcal{A}_T = 1$ bestätigen. Des Weiteren verhält sich der Komplexe Transformator mit einem reellen Übersetzungsverhältnis identisch zu einem Idealen Transformator.

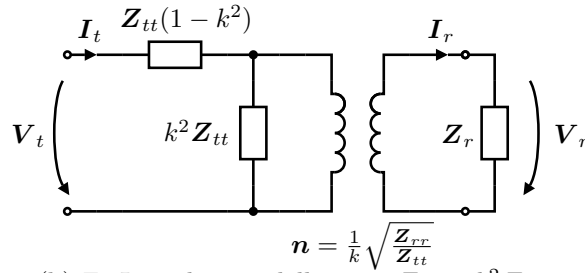
Ersatzschaltbilder

Wird das Ersatzschaltbild 3.9 mit einem Komplexen Transformator statt einem Idealen Transformator dargestellt, ist neben den drei Impedanzen mit dem komplexen Übersetzungsverhältnis eine vierte Systemgröße zur Beschreibung vorhanden. Dies hat eine mathematische Überbestimmtheit zur Folge, welche es erlaubt, eine der drei komplexen Größen \mathbf{Z}_{tt} , \mathbf{Z}_{rr} , \mathbf{Z}_{tr} oder das komplexe Übersetzungsverhältnis \mathbf{n} des Ersatzschaltbildes beliebig zu definieren. In Abhängigkeit dieser Definition lassen sich dann die drei übrigen Größen neu berechnen.

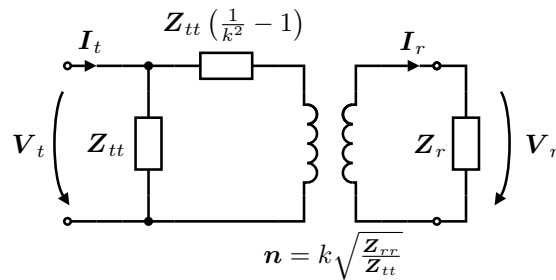
Mit der Vorgabe $\mathbf{Z}_{rr} = \mathbf{Z}_{tt}$ folgt aus Abbildung 3.9 unter der Verwendung des Komplexen Transformators sowie dem in (B.13) definierten Kopplungsfaktor das symmetrische T-Impedanzmodell in Abbildung 3.12(a). Aus diesem Ersatzschaltbild ist deutlich zu erkennen, dass der Komplexe Transformator die Impedanz \mathbf{Z}_{tt} , welche sich am Ausgang des T-Netzwerks bei offener Eingangsklemme messen lässt, mit (3.66) zu der tatsächlich nach (3.5) vorhandenen Impedanz $\mathbf{Z}'_r = \mathbf{Z}_{rr}$ transformiert und somit korrigiert. Diese Transformation ist im allgemeinen Fall nur durch die Verwendung eines Komplexen Transformators möglich. Nur dieser kann nach (3.66) eine beliebige Impedanztransformation durchführen. Die Überführung zu einem Idealen Transformator wäre in dem hier beschriebenen Fall nur dann möglich, wenn die Transformation von \mathbf{Z}_{tt} zu \mathbf{Z}_{rr} durch einen realen Faktor möglich wäre.



(a) Symmetrisches T-Impedanzmodell, wenn $Z_{rr} = Z_{tt}$



(b) Γ_1 -Impedanzmodell, wenn $Z_{tr} = k^2 Z_{tt}$



(c) Γ_2 -Impedanzmodell, wenn $Z_{tr} = Z_{tt}$

Abbildung 3.12.: Ersatzschaltbilder des Impedanzmodells mit Komplexem Transformator

Auf die gleiche Weise lassen sich weitere Ersatzschaltbilder herleiten. Eine Auswahl dieser ist in [Abbildung 3.12](#) dargestellt. Hier ist in [Abbildung 3.12\(b\)](#) die Annahmen getroffen, dass der Zusammenhang $Z_{tr} = k^2 Z_{tt}$ vorliegt. [Abbildung 3.12\(c\)](#) geht per Definition davon aus, dass $Z_{tr} = Z_{tt}$ gilt. In beiden Ersatzschaltbildern wird die jeweils getroffene Annahme oder Definition durch das entsprechende Übersetzungsverhältnis des Komplexen Transformators n zu dem tatsächlichen physikalischen Zusammenhang korrigiert.

Von dem Eingangs- oder dem Ausgangstor betrachtet, sind die gezeigten Ersatzschaltbilder identisch. Dies lässt sich sehr anschaulich am Beispiel der Leerlaufausgangsspannung bei einem eingprägten Strom I_t prüfen. Diese ist in den drei Fällen gegeben

durch

$$\text{Abbildung 3.12(a)} \Rightarrow \mathbf{V}_{rO} = \mathbf{I}_t k \mathbf{Z}_{tt} \sqrt{\frac{\mathbf{Z}_{rr}}{\mathbf{Z}_{tt}}} = \mathbf{I}_t \mathbf{Z}_{tr} \quad (3.68)$$

$$\text{Abbildung 3.12(b)} \Rightarrow \mathbf{V}_{rO} = \mathbf{I}_t k^2 \mathbf{Z}_{tt} \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\mathbf{Z}_{rr}}{\mathbf{Z}_{tt}}} = \mathbf{I}_t \mathbf{Z}_{tr} \quad (3.69)$$

$$\text{Abbildung 3.12(c)} \Rightarrow \mathbf{V}_{rO} = \mathbf{I}_t \mathbf{Z}_{tt} k \sqrt{\frac{\mathbf{Z}_{rr}}{\mathbf{Z}_{tt}}} = \mathbf{I}_t \mathbf{Z}_{tr} \quad (3.70)$$

und damit identisch zu der Leerlaufspannung des Ersatzschaltbildes in Abbildung 3.9. Gleiches lässt sich für alle anderen Übertragungsgrößen und Zustände zeigen.

3.3.2. Gyrtorisches Ersatzschaltbild

Ein weiteres Ersatzschaltbild lässt sich direkt aus den Systemgleichungen herleiten. Aufgrund der Reziprozität folgt aus (3.3) und (3.6) das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_t \\ \mathbf{V}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{tt} & -\mathbf{Z}_{tr} \\ \mathbf{Z}_{tr} & -\mathbf{Z}_{rr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_t \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix}, \quad (3.71)$$

welches hier erneut angegeben werden soll. Aus (3.71) wird deutlich, dass sowohl Ein- als auch Ausgangsstrom multipliziert mit einer Impedanz, einen Beitrag zur Spannung an den beiden Toren liefern. So führt der transmitterseitige Strom \mathbf{I}_t multipliziert mit der Impedanz \mathbf{Z}_{tt} zu der transmitterseitigen Spannung \mathbf{V}_{tt} . Sowohl der Strom, als auch die Spannung treten in diesem Fall am Transmitter auf. Gleiches gilt für \mathbf{I}_r , \mathbf{Z}_{rr} und \mathbf{V}_{rr} an der Receiverseite. Hier treten die Größen ausschließlich am Receiver auf.

Anders verhält es sich mit der Impedanz \mathbf{Z}_{tr} . An dieser Impedanz treten Spannungen auf, welche durch einen Stromfluss auf der Gegenseite erzeugt werden. Aus (3.71) beziehungsweise (3.1) und (3.2) folgen die Zusammenhänge

$$-\mathbf{V}_{tr} = \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{I}_r \quad (3.72)$$

$$\mathbf{V}_{rt} = \mathbf{Z}_{tr} \mathbf{I}_t. \quad (3.73)$$

Diese ähneln stark der Beschreibung des in Abbildung 3.13(a) gezeigten Gyrtors nach [50], wenngleich hier sowohl eine Impedanz \mathbf{Z}_{tr} statt eines ohmschen Gyrtorwiderstandes auftritt und die Spannung \mathbf{V}_{tr} ein negatives Vorzeichen hat. Um diesen Unterschied zu berücksichtigen, wird in Anlehnung an den konventionellen Idealen Gyrtor ein neues Element eingeführt. Dieses wird im Folgenden als Komplexer Gyrtor bezeichnet.

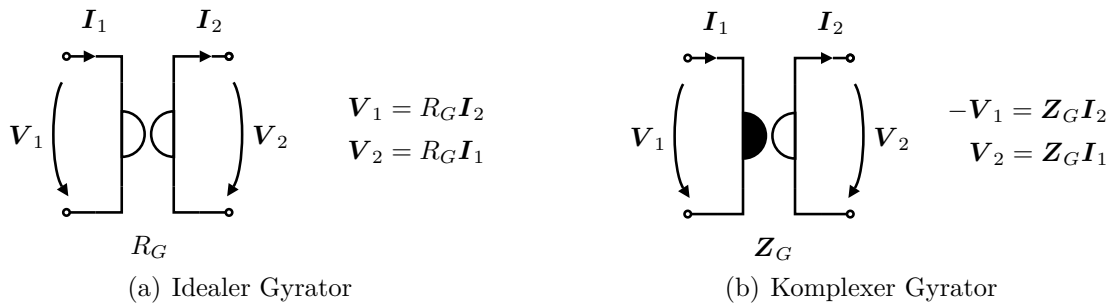


Abbildung 3.13.: Vergleich zwischen Idealem Gyrtor und Komplexem Gyrtor

Komplexer Gyrtor

Abbildung 3.13(b) zeigt die gewählte Darstellung des Komplexen Gyrtors mit der komplexen Gyrtorimpedanz Z_G . Die Einfärbung des Eingangs im Vergleich zum konventionellen Idealen Gyrtor Abbildung 3.13(a) ist durch die Negation der Eingangsspannung nach (3.72) begründet. Aus Abbildung 3.13(b) ersichtlich, gelten hier die Proportionalitäten

$$-V_1 = Z_G I_2 \quad (3.74)$$

$$V_2 = Z_G I_1 . \quad (3.75)$$

Z_G ist die komplexe Gyrtorimpedanz. Der Komplexer Gyrtor ist, wie auch der Komplexer Transformator, ein reines Wechselspannungselement. Aus Abbildung 3.13(b), (3.74) und (3.75) folgt mit

$$S_1 = V_1 I_1^* \quad (3.76)$$

$$S_2 = V_2 I_2^* \quad (3.77)$$

der Zusammenhang

$$S_1 = -\frac{Z_G}{Z_G^*} V_2^* I_2 = -\frac{Z_G}{Z_G^*} S_2^* \Rightarrow \frac{S_2^*}{S_1} = \underbrace{-\frac{Z_G^*}{Z_G}}_{e^{j(\pi-2\varphi_{Z_G})}} . \quad (3.78)$$

Aus (3.78) ist ersichtlich, dass hier eine ähnliche Beziehung zwischen der Ein- und der Ausgangsscheinleistung wie beim Komplexen Transformator nach (3.61) vorliegt. Der Zeiger der Ausgangsscheinleistung wird in Abhängigkeit der Gyrtorimpedanz ebenfalls um den Ursprung im \mathbb{C} -Koordinatensystem gedreht. Dies hat zur Folge, dass auch hier analog zu Abbildung 3.11 ein Zustand realisierbar ist, bei welchem ein Wirkungsgrad des Komplexen Gyrtors größer Eins vorliegt. Hier gilt die gleiche Argumentation

wie im Abschnitt zu dem Komplexen Transformator 3.3.1 ab Seite 41, wenngleich die Bedingungen bezüglich der Phasenlage unterschiedlich sind.

Die Beziehung zwischen der Ein- und der Ausgangsscheinleistung ist beim Komplexen Transformator und beim Komplexen Gyrator identisch, wenn

$$\varphi_{Z_G} = \frac{\pi}{2} - \varphi_n - \varphi_{S_2} \quad (3.79)$$

vorliegt. Dies heißt natürlich nicht, dass der Komplexen Gyrator in einen Komplexen Transformator überführt werden kann. Dies ist aufgrund der Unterschiede in den jeweilig definierten Proportionalitäten (3.56), (3.57) beziehungsweise (3.74) und (3.75) nicht möglich.

Eine ausgangsseitig angeschlossene Impedanz Z_2 wird, wie auch bei einem konventionellen Gyrator, reziprok an den Eingang Z_1 reflektiert. Hier gilt jedoch der Zusammenhang

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = -Z_G^2 \frac{I_2}{V_2} = -Z_G^2 \frac{1}{Z_2}, \quad (3.80)$$

wobei das negative Vorzeichen mit der Definition des Erzeugerzählfeilsystems am Eingang zusammenhängt.

Auch hier erweist sich das Rechnen mit Zweitorparametern als besonders praktisch. Aus (3.74) und (3.75) folgt nach Abbildung 3.13(b)

$$\mathcal{A}_G = \begin{bmatrix} 0 & -Z_G \\ \frac{1}{Z_G} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.81)$$

und unter weiterer Verwendung von (B.4) sofort

$$Z_G = \begin{bmatrix} 0 & -Z_G \\ Z_G & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.82)$$

Im Gegensatz zu dem Komplexen Transformator, kann der Komplexen Gyrator nicht durch die Wahl einer geeigneten Gyratorimpedanz in einen konventionellen Gyrator überführt werden. Auch dies lässt sich durch die definierte Negation der Eingangsspannung im Erzeugerzählfeilsystem erklären.

Der herkömmliche Gyrator ist nicht reziprok [44]. Anders verhält es sich bei dem hier definierten Komplexen Gyrator. Hier lässt sich die Reziprozität aufgrund der eingeführten Negation direkt durch $\det \mathcal{A}_G = 1$ bestätigen.

Ersatzschaltbild

Unter Verwendung des Komplexen Gytrators nach Abbildung 3.13(b) folgt aus (3.3) direkt das Ersatzschaltbild 3.14(a).

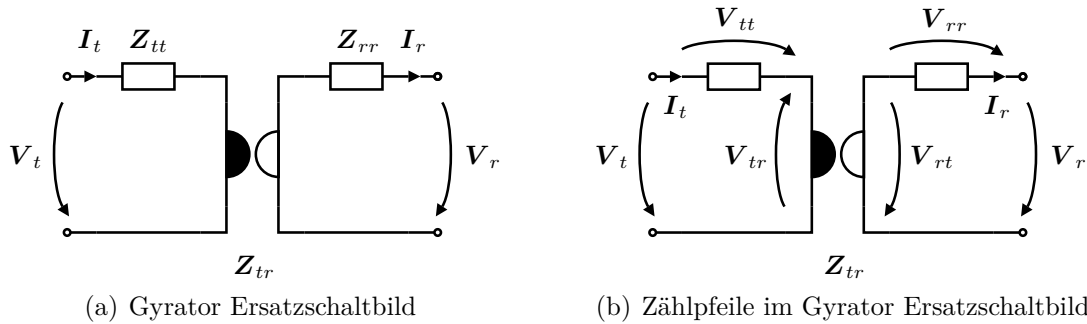


Abbildung 3.14.: Ersatzschaltbild des Übertragungssystems aus den Z -Parametern (3.3) unter Verwendung des Komplexen Gytrators

Ein Vorteil dieses Ersatzschaltbildes im Vergleich zu den transformatorischen Ersatzschaltbildern ist darin begründet, dass wie Abbildung 3.14(b) zeigt, alle Spannungen und Ströme aus dem Gleichungspaar (3.71) beziehungsweise (3.1) und (3.2) direkt zugänglich sind.

Die Vorzüge des neuen Ersatzschaltbildes 3.14(a) werden besonders bei Übertragungssystemen deutlich, welche mit optimaler Lastimpedanz entsprechend Abschnitt 3.1 belastet und mit einer Quellreaktanz entsprechend 3.2 gespeist werden. Vernachlässigt man den Verlustwiderstand R_{tr} , hat der Komplexen Gyrator in Abbildung 3.14(a) eine imaginäre Gyratorimpedanz. Des Weiteren folgt aus (3.13), dass in diesem Fall der Imaginärteil der optimalen Lastimpedanz $X_{r,\eta}$ der Negation von X_{rr} entsprechen soll. Ähnliches gilt nach (3.51) und (3.41) im Fall der Spannungsspeisung für die Quellreaktanz. Diese soll der Negation von X_{tt} entsprechen. Wird nun Abbildung 3.14(a) mit diesen Reaktanzen erweitert, addiert sich jeweils am Ein- sowie am Ausgang die Reaktanzen zu Null. Es folgt das vereinfachte Ersatzschaltbild aus Abbildung 3.15. Da die Verlustwiderstände R_{tt} und R_{rr} in vielen Fällen sehr klein sind, zeigt dieses Ersatzschaltbild sofort, dass sich ein System mit dieser Beschaltung näherungsweise wie ein Komplexer Gyrator verhält. Im Fall der Spannungsspeisung ist der Amplitude des Ausgangsstrom I_r näherungsweise unabhängig von dem Lastwiderstand R_r .

Als Beispiel speist [51] ein induktives Übertragungssystem mit identischer Außenbeschaltung durch einen konstanten Strom und beschreibt, dass sich der Ausgang in diesem Fall näherungsweise wie eine Spannungsquelle verhält. Dies lässt sich in gleicher Weise sehr einfach durch Abbildung 3.15 bestätigen. Im dem Sonderfall der Stromspeisung lässt sich mit Ersatzschaltbild 3.15 über dies hinaus sofort nachvollziehen, dass eine

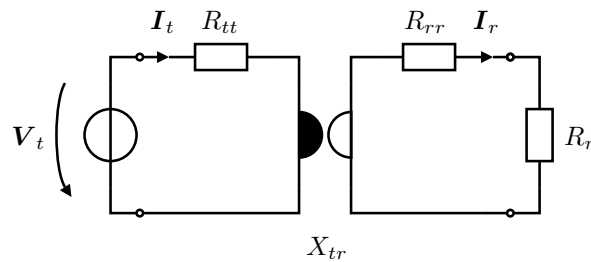


Abbildung 3.15.: Ersatzschaltbild des Übertragungssystems gemäß Abbildung 3.14(a), mit $R_{tr} = 0$, der Lastreaktanz $X_r = X_{r,\eta}$ nach (3.13) sowie der Quellreaktanz $X'_t = X_t$ entsprechend (3.51)

eingangsseitige Serienimpedanz keinen Einfluss auf die Spannung an den Ausgangsklemmen hat. Der Strom in den Eingangsklemmen des Komplexen Gyrtors ist im Fall der Stromspeisung unabhängig von einer Serienimpedanz, woraus eine konstante Spannung an den Ausgangsklemmen des Gyrtors folgt. Mit den transformatorischen Ersatzschaltbildern 3.12 ist dieser Zusammenhang ungleich schwieriger darzustellen.

3.4. Anwendungsbeispiele

Der folgende Abschnitt soll die vorangegangenen Betrachtungen und Erkenntnisse anhand von drei Anwendungsbeispielen an tatsächlichen Übertragungssystemen zeigen. Hierzu wird in den ersten beiden Anwendungen die Beschaltung eines jeweils theoretisch beschriebenen induktiven sowie kapazitiven Übertragungssystems, Anhang A.1 respektive Anhang A.2, vorgestellt. In einem dritten Anwendungsbeispiel wird die Aussage, dass Übertragungssysteme mit mehreren induktiv gekoppelten Spulen einen im Allgemeinen größeren Wirkungsgrad als Übertragungssysteme mit zwei gekoppelten Spulen erreichen können [28, 52], geprüft.

3.4.1. Beispielsysteme

Die vorangegangenen Abschnitte dieses Kapitels haben gezeigt, welche Maßnahmen bei einem bekannten Übertragungssystem nötig sind, eine vorgegebene Leistung mit möglichst hohem Wirkungsgrad von einer Quelle zu einer Senke zu übertragen. Zum Schluss dieser Abschnitte wurde in vielen Fällen zusätzlich ein Dimensionierungsbeispiel vorgestellt. Diese Dimensionierungsbeispiele sollen in dem folgenden Abschnitt zu zwei konkreten Anwendungsbeispielen zusammengefasst werden.

Abbildung 3.16 zeigt das im Anhang A.1 bestimmte induktive Übertragungssystem. Hier wurde das in Abbildung 3.14 eingeführte Gyrtorersatzschaltbild gewählt. Es

wird sich zeigen, dass diese Wahl die Vorstellung, welche Auswirkung die gewählte Beschaltung auf das Übertragungsverhalten hat, erleichtert. Das System soll per Definition durch eine Stromquelle gespeist werden und eine Leistung von 10 W übertragen. Es lässt sich unmittelbar eine Übertragungsgüte von $Q_k = 7.14$ bestimmen, wonach maximal ein Wirkungsgrad von 75.39% möglich sein sollte.

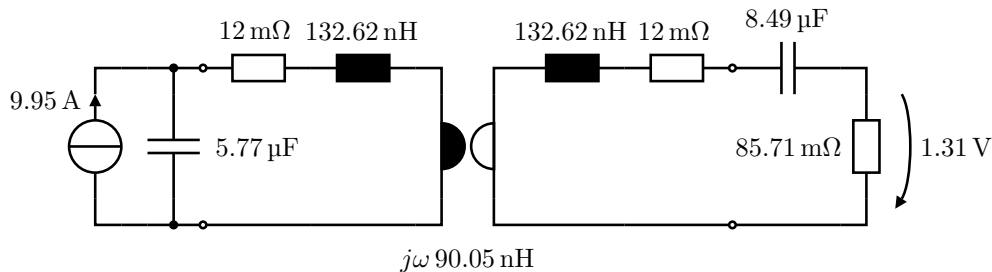


Abbildung 3.16.: Anwendungsbeispiel zum induktiven Übertragungssystem A.1. Es wurden eine Stromspeisung sowie eine Ausgangsleistung von 10 W definiert.

Die ausgangsseitige Induktivität sowie die ausgangsseitige Kapazität bilden bei Anregung mit der definierten Frequenz von 150 kHz einen Serienschwingkreis in Resonanz, wonach sich die beiden Reaktanzen zu Null addieren. Demnach ist der Ausgang des Komplexen Gytrators lediglich resistiv durch die Reihenschaltung der Widerstände 12 mΩ und 85.71 mΩ belastet. An den Eingangsklemmen des Komplexen Gytrators lässt sich in diesem Fall mit (3.80) ein resistiver Widerstand von 73.72 mΩ bestimmen.

Durch die Kenntnis dieses Widerstandes kann die Eingangsimpedanz des Gesamtsystems ermittelt werden, welche die speisende Stromquelle belastet. Es lässt sich zeigen, dass diese zu 268.98 mΩ bestimmt werden kann und ebenfalls keinen Imaginärteil besitzt. Dies führt dazu, dass die speisende Stromquelle in Abbildung 3.16 keine Blindleistung liefern muss.

Die aus der Quelle entnommene Wirkleistung kann aus dem angegebenen Spitzenstrom und der Eingangsimpedanz berechnet werden. Nach Umrechnung in einen Effektivstrom folgt eine Eingangswirkleistung von 13.26 W, was in Verbindung mit der vorgegebenen Ausgangswirkleistung einer Energieübertragung mit einem Wirkungsgrad von 75.39% entspricht. Dieses Ergebnis deckt sich exakt mit dem erwarteten Wert, welcher anhand der Übertragungsgüte im Vorfeld bereits bestimmt wurde.

Ähnlich verhält es sich bei dem im Anhang A.2 vorgestellten kapazitiven Übertragungssystem. Abbildung 3.17 zeigt die Spannungspeisung dieses Beispielsystems. Wie in Abschnitt 3.1.1 bereits vorgestellt, hat das Übertragungssystem im Vergleich zu dem induktiven System eine deutlich höhere Übertragungsgüte von $Q_k = 260.49$. Mit dieser lässt sich ein Maximalwirkungsgrad von 99.2% errechnen, welcher durch die in Abbildung 3.17 angegebene Beschaltung bestätigt werden kann.

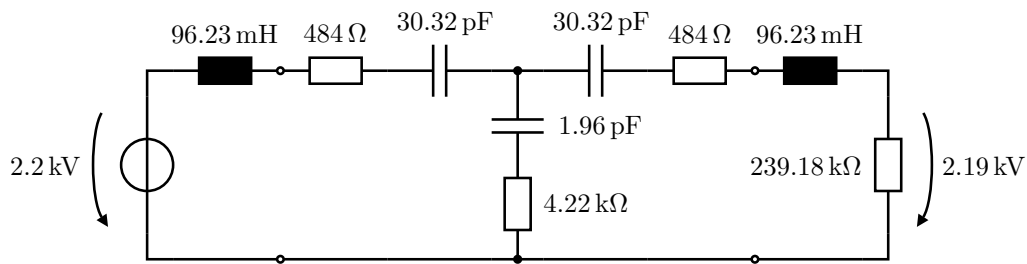


Abbildung 3.17.: Anwendungsbeispiel zum kapazitiven Übertragungssystem A.2. Es wurden eine Spannungspeisung sowie eine Ausgangsleistung von 10 W definiert.

Es ist ersichtlich, dass sich bei dem gewählten Ersatzschaltbild aus [Abbildung 3.17](#) die Vorstellung, welche Auswirkung die Beschaltung auf das Übertragungsverhalten hat, deutlich schwieriger als in [Abbildung 3.16](#) gestaltet. Es wird hier jedoch sehr deutlich, durch welche Zusammenhänge die vergleichsweise hohe Übertragungsgüte erreicht wird. Die beiden Längskapazitäten haben jeweils mit 30.32 pF einen deutlich höheren Wert als die Querkapazität mit 1.96 pF. Dies führt zu einer höheren Reaktanz des Querspades. Gleiches gilt für die angegebenen Verlustwiderstände. Hier dominiert der Widerstand im Querspfad. Dies führt zu einer vergleichsweise hohen Impedanz dieses Querspades, welche den Stromfluss vom Eingang direkt zum Ausgang begünstigt. Aus dem Vergleich der beiden Ersatzschaltbilder wird deutlich, dass je nach Aufgabenstellung Ersatzschaltbilder gemäß [Abschnitt 3.3](#) existieren, welche eine bestimmte Charakteristik oder einen Zusammenhang deutlicher zeigen, als andere.

Zur Vervollständigung sollen noch die Spannungen an den jeweiligen Ein- und Ausgangsklemmen der Übertragungssysteme berechnet werden. Durch die angegebenen Werte lässt sich aus [Abbildung 3.16](#) am Ausgang eine Klemmenspannung von 2.32 V errechnen. Aus [Abbildung 3.17](#) folgt an den Ausgangsklemmen eine ungleich größere Spannung von 2.34 kV. Dieser deutliche Unterschied lässt sich auf die unterschiedliche Größe der Elemente der jeweiligen Impedanzmatrix ([A.35](#)) oder ([A.77](#)) zurückführen und ist abhängig von der Geometrie beziehungsweise dem Windungsverhältnis.

Ähnliches zeigt sich an den Eingangsklemmen der beiden Systeme. Da durch ([3.40](#)) und ([3.41](#)) die Eingangsimpedanz des mit $Z_{r,\eta}$ belasteten Übertragungssystems bereits bekannt ist, kann auf einfache Weise die Spannung an den Eingangsklemmen des induktiven Beispielsystems zu 2.67 V ermittelt werden. Am kapazitiven Beispielsystem errechnet sich an den Eingangsklemmen eine Spannung von 2.35 kV. Auch hier lässt sich der deutliche Unterschied auf die Größe der Elemente der Impedanzmatrizen ([A.35](#)) und ([A.77](#)) zurückführen.

3.4.2. Mehrspulensystem

Seit den ersten Veröffentlichungen des Massachusetts Institute of Technology im Jahr 2007 [31] beschäftigen sich viele Forschungsgruppen mit induktiven Übertragungssystemen, welche aus mehr als zwei gekoppelten Spulen bestehen [28, 52, 53, 54]. Abbildung 3.18 zeigt hierzu eine Grafik, welche aus [31] entnommen wurde.

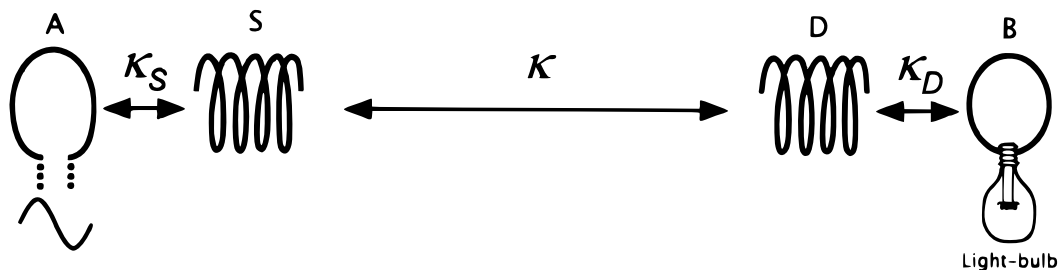


Abbildung 3.18.: Übertragungssystem mit 4 gekoppelten Spulen,
Quelle: [31]

Der Übertragungsmechanismus dieses Beispielsystems lässt sich stark vereinfacht wie folgt beschreiben. Die zu übertragende Strecke befindet sich zwischen der Sendeinduktivität L_S und der Empfangsinduktivität L_D . Diese Induktivitäten sind über den Kopplungsfaktor κ entsprechend (A.18) gekoppelt und beide mit einem diskreten [52] oder parasitären [28] Kondensator C_S respektive C_D auf eine gemeinsame Resonanzfrequenz abgestimmt. Um nun Energie zu übertragen, wird der senderseitige Resonanzkreis hoher Güte, bestehend aus L_S und C_S , durch eine zusätzliche über den Faktor κ_S gekoppelte Induktivität L_A mit Resonanzfrequenz angeregt. Diese Anregung hat aufgrund der hohen Güte einen hohen Stromfluss in dem Senderesonanzkreis zur Folge, welcher gemäß Abschnitt A.1 eine hohe Flussdichte erzeugt. Diese Flussdichte erregt über die zu übertragende Distanz den auf die gleiche Resonanzfrequenz abgestimmten Empfangsresonanzkreis, bestehend aus L_D und C_D und erzeugt auch in diesem einen Stromfluss. Um nun die übertragene Leistung zu nutzen, muss die Energie aus dem Empfangsresonanzkreis entnommen werden. Dies geschieht durch eine vierte, über den Kopplungsfaktor κ_D gekoppelte Induktivität L_B . Abbildung 3.19 zeigt den entsprechenden Stromlaufplan.

Kopplungsfaktoren, welche in Abbildung 3.19 über benachbarte Induktivitäten hinweggehen, werden vernachlässigt. [52] gibt eine Beispieldimensionierung an, welche in Tabelle 3.1 übernommen wurde.

Diese mehrspuligen Übertragungssysteme sollen nach [52] oder [28] in der Lage sein, elektrische Energie mit einem Wirkungsgrad zu übertragen, welcher mit einfachen induktiven Übertragungssystemen aus lediglich 2 Spulen nicht erreichbar sei. Die Schal-

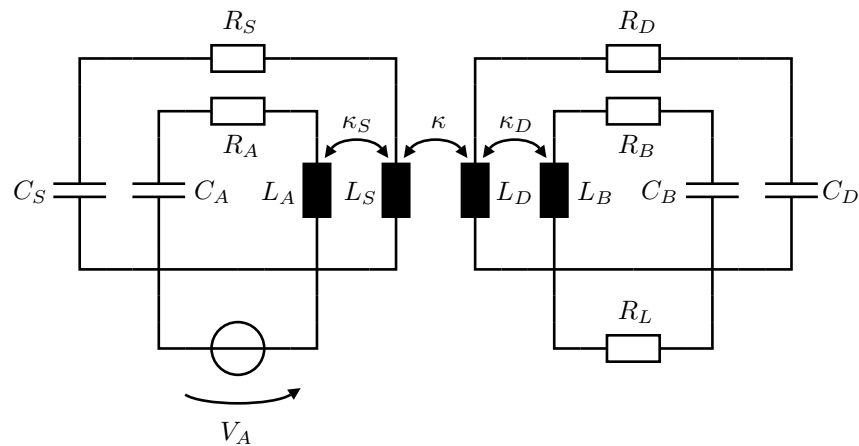


Abbildung 3.19.: Übertragungssystem mit 4 gekoppelten Spulen

Variable	Wert	Variable	Wert	Variable	Wert
V_A	10.2 V	L_S	1099 μH	R_D	493 m Ω
f	700 kHz	C_S	47.1 pF	κ_D	0.59
L_A	15.58 μH	R_S	5.1 Ω	L_B	3.56 μH
C_A	3.3 nF	κ	0.05	C_B	14.55 nF
R_A	6.15 Ω	L_D	29.35 μH	R_B	225 m Ω
κ_S	0.56	C_D	1.76 nF	R_L	100 Ω

Tabelle 3.1.: Dimensionen, des in [52] ermittelten Beispielsystems

tung aus Abbildung 3.19 mit den gegebenen Werten erreicht trotz geringem Kopplungs-
 faktor von $\kappa = 0.05$ einen Wirkungsgrad von 89.8%. Wenn man der Argumentation
 der Veröffentlichung [52] folgt, liegt der Vorteil dieser Übertragungsvariante darin be-
 gründet, dass sowohl der Sende-, als auch der Empfangsresonanzkreis aus L_S und L_D
 freischwingende sind und der Resonanzstrom nicht durch einen eventuell vorhande-
 nen Quellwiderstand oder Lastwiderstand begrenzt wird. Nach [52] erreicht ein Über-
 tragungssystem aus lediglich zwei Spulen in einer vergleichbaren Konfiguration einen
 Wirkungsgrad von ungefähr 40%.

Nachfolgend soll geprüft werden, ob dies durch die bisher gezeigten Herleitungen be-
 stätigt werden kann. Hierzu wird davon ausgegangen, dass zur Energieübertragung
 lediglich die beiden mittleren gekoppelten Spulen aus Abbildung 3.19 mit identischem
 Kopplungsfaktor κ zur Verfügung stehen. Bei einer Frequenz von 700 kHz folgen aus
 den gegebenen Werten $X_{tt} = 4.83 \text{ k}\Omega$ und $X_{rr} = 129.09 \Omega$. R_{tt} und R_{rr} können direkt
 aus Tabelle 3.1 abgelesen werden. Es gilt $R_{tt} = 5.1 \Omega$ und $R_{rr} = 493 \text{ m}\Omega$. Des Weiteren
 folgt, dass $R_{tr} = 0$ und aus κ , L_S , L_D sowie (A.22), dass $X_{tr} = 39.5 \Omega$. Mit diesen

Werten kann mit 3.25 die Übertragungsgüte ermittelt werden. Sie ist gegeben durch $Q_k = 24.928$. Durch die Übertragungsgüte Q_k wird unter Verwendung von (3.26) sofort deutlich, dass das innere Spulenpaar trotz geringem Kopplungsfaktor eine Energie mit einem Wirkungsgrad von 92.3% übertragen kann. Dies widerlegt die in [52] gemachte Aussage, dass das Übertragungssystem mit zwei Spulen lediglich einen Wirkungsgrad von 40% erreichen wird.

Die zur Optimierung des Wirkungsgrades nötige Lastimpedanz kann aus (3.10)–(3.13) und (3.15) berechnet werden. Es folgt eine optimale Lastreaktanz von -129.09Ω , welche durch einen Kondensator von 1.76 nF realisiert werden kann. Dieses Ergebnis entspricht dem in Tabelle 3.1 angegebenen Wert für den Resonanzkondensator C_D . Der optimale Lastwiderstand kann zu 12.29Ω bestimmt werden. Da der Wirkungsgrad un-

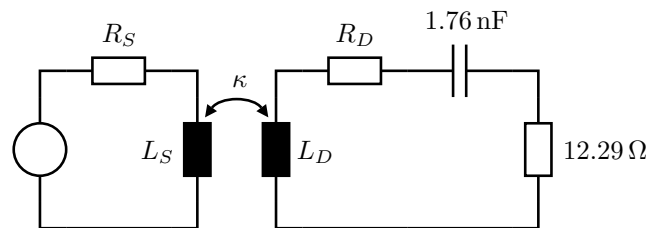


Abbildung 3.20.: *Optimiertes Übertragungssystem mit 2 gekoppelten Spulen*

abhängig von der Quelle und der Quellreaktanz ist, geht Abbildung 3.19 von einer einfachen Speisung durch eine beliebige ideale Quelle aus.

Mit Abbildung 3.20 lässt sich bestätigen, dass mit einem vergleichbaren Übertragungssystem aus lediglich zwei Induktivitäten, ein Wirkungsgrad von 92.3% erreicht werden kann. Um einen solch hohen Wert zu erreichen, ist es essentiell, dass eine Lastimpedanz entsprechend Abschnitt 3.1 gewählt wird. Die Anzahl der Induktivitäten hat hingegen keine Verbesserung des Wirkungsgrades zur Folge. Vielmehr haben zusätzliche Induktivitäten in der Praxis ebenfalls Verlustwiderstände, welche den Gesamtwirkungsgrad der Energieübertragung negativ beeinflussen.

4. Anpassung

Die Abschnitte 3.1 und 3.2 haben gezeigt, dass zur Maximierung der übertragenen Leistung und des Wirkungsgrades, bestimmte Voraussetzungen bei der Einspeisung und die Auskopplung erfüllt werden müssen. Die Quelle und die Senke müssen demzufolge zum Übertragungssystem passen. In diesem Zusammenhang haben die vorangegangenen Anwendungsbeispiele in den Abbildungen 3.16 und 3.17 gezeigt, dass zur Übertragung einer definierten Leistung unter Umständen sehr hohe Amplituden der speisenden Spannung oder des speisenden Stroms nötig sind. Gleichzeitig bewegten sich die Lastwiderstände dieser Beispiele in einem für die Leistungsübertragung eher unüblichen Bereich. Da in vielen Fällen die Quelle und die Senke bereits durch die Anwendung vorgegeben sind, ist eine Anpassung [25, 26] nötig.

Für die optimierte Energieübertragung existieren zwei verschiedene Anpassungsmöglichkeiten. Die erste dieser Möglichkeiten besteht darin, das Übertragungssystem selbst an die vorhandene Quelle und die vorhandene Last anzupassen. Am Beispiel der induktiven Energieübertragung kann dies durch eine Anpassung der Sende- und der Empfangsinduktivität geschehen.

Ist diese direkte Anpassung des Übertragungssystems nicht durchführbar, besteht eine zweite Anpassungsmöglichkeit darin, zusätzliche Anpassungsnetzwerke vorzusehen. Abbildung 4.1 zeigt neben dem bekannten Übertragungssystem zwei zusätzliche Zweitore zur Anpassung der Quelle und der Senke.

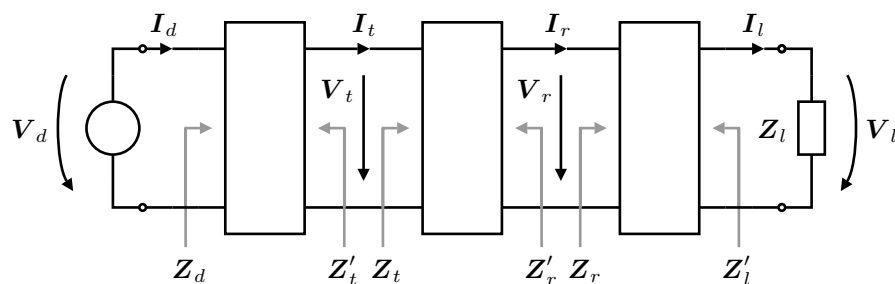


Abbildung 4.1.: Anpassung von Quelle und Last an ein vorhandenes Übertragungssystem

Auf diese Weise kann die vorhandene Quelle zu der nötigen Quelle entsprechend (3.52) oder (3.55) transformiert werden. Gleiches ist bei der Lastimpedanz möglich. Hier kann

ein zusätzliches Anpassungsnetzwerke dazu genutzt werden, die vorhandene Lastimpedanz zu der benötigten Impedanz entsprechend (3.16) zu wandeln.

Neben den aus Abbildung 3.1 bekannten Indizes t für Transmitter und r für Receiver werden zusätzlich der Index d für die speisenden Größen und der Index l für die Größen der Last eingeführt. Zur Beschreibung der gekoppelten Zweitore bieten sich Kettenmatrizen nach Anhang B ab Seite 127 an. Diese haben den Vorteil, dass die Kettenmatrix einer Kaskadierung von mehreren Einzelzweitoren, durch eine einfache Matrizenmultiplikation der Einzelmatrizen gegeben ist. Dies führt beispielsweise in Abbildung 4.1 dazu, dass die Systemmatrix des gesamten Systems durch die Multiplikation

$$\mathcal{A}_{dl} = \mathcal{A}_{dt}\mathcal{A}_{tr}\mathcal{A}_{rl} \quad (4.1)$$

beschrieben werden kann. Auch hier geben die Indizes die Position des entsprechenden Zweitores an.

In vielen Fällen benötigt der Leistungsempfänger eine Gleichspannung. Dies führt dazu, dass die hier vorgestellten Übertragungs- oder Anpassungssysteme am Ausgang durch einen zusätzlichen Gleichrichter erweitert werden müssen. Da ein Gleichrichter bei einer sinusförmigen Speisung nach [22, 55] durch einen ohmschen Widerstand approximiert werden kann, gehen die folgenden Abschnitte stets von einer ohmschen Last aus. Prinzipiell kann die gezeigte Vorgehensweise aber auch bei einer allgemeinen Lastimpedanz Anwendung finden.

Abschnitt 4.1 zeigt die zu Beginn beschriebene direkte Anpassung des Übertragungssystems an eine definierte Quelle sowie an eine definierte Last. In den weiteren Abschnitten 4.2 und 4.3 wird gezeigt, wie eine definierte Quelle oder eine definierte Last durch zusätzliche Anpassungsnetzwerke an das vorgegebene Übertragungssystem angepasst werden können. Bevor auch hier in Abschnitt 4.5 Anwendungsbeispiele angegeben werden, wird in Abschnitt 4.4 gezeigt, welchen Einfluss eine Anpassung auf die im vorangegangenen Kapitel vorgestellte Übertragungsgüte sowie die Übertragungsbandbreite hat.

4.1. Übertragungssystemanpassung

Abschnitt 3.1 hat in (3.9) gezeigt, dass der Wirkungsgrad jedes Übertragungssystems vom Lastwiderstand R_r abhängig ist. Dies ließ sich zusätzlich durch Abbildung 3.5 und die definierte Übertragungsbandbreite bestätigen. Des Weiteren wurde in Abschnitt 3.2 der Zusammenhang zwischen der Ausgangsleistung und einer speisenden Spannung (3.52) oder einem speisenden Strom (3.55) bestimmt. Ist eine Anpassung des Übertragungssystems möglich, bietet es sich an, dieses Übertragungssystem direkt an die Quelle sowie die Last anzupassen. Nachfolgend wird zwischen einer Anpassung an eine Spannungsquelle und einer Anpassung an eine Stromquelle unterschieden.

4.1.1. Spannungsspeisung

Abbildung 4.2 zeigt ein allgemeines, spannungsgespeistes Übertragungssystem. Da die Lastreaktanz $X_{r,\eta}$ sowie die Quellreaktanz X'_t nach (3.13) und (3.51) von der Impedanzmatrix des zu bestimmenden Übertragungssystems \mathbf{Z}_{tr} abhängen, entsteht nach der Vorgabe des tatsächlichen Lastwiderstandes R_l und der speisenden Spannung \mathbf{V}_d ein System, bei welchem lediglich die Größen \mathbf{Z}_{tt} , \mathbf{Z}_{rr} und \mathbf{Z}_{tr} der Impedanzmatrix gesucht sind. Da jede dieser Impedanzen im Allgemeinen aus einem Real- und einem Imaginärteil besteht, hat dies ein Gleichungssystem mit sechs Unbekannten zur Folge.

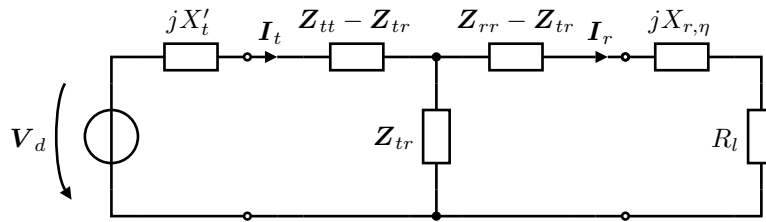


Abbildung 4.2.: Spannungsgespeistes Übertragungssystem, Lastimpedanz durch Reihenschaltung (3.21)

Sind die sechs unbekanntenen Größen frei wählbar, wird aus Abbildung 4.2 sofort deutlich, dass zur Leistungsübertragung die Realteile der Impedanzen \mathbf{Z}_{tt} und \mathbf{Z}_{rr} einen möglichst geringen und der Realteil der Impedanz \mathbf{Z}_{tr} einen möglichst hohen Wert annehmen sollten. Bei der praktischen Realisierung sind die Verlustwiderstände jedoch oft nicht frei wählbar, sondern von den entsprechenden Reaktanzen abhängig. Diese Abhängigkeit lässt sich durch Güten beschreiben, welche zu

$$Q_{tt} = \frac{X_{tt}}{R_{tt}} \quad (4.2)$$

und

$$Q_{rr} = \frac{X_{rr}}{R_{rr}} \quad (4.3)$$

definiert werden können. Durch diese Definition können die Güten, je nach Art der Reaktanz, ein positives oder ein negatives Vorzeichen haben. Sie sind durch Erfahrungen und praktische Messungen oft näherungsweise bekannt.

Neben diesen Güten ist in vielen Fällen aufgrund von Erfahrungswerten auch eine Abschätzung der Kopplung zwischen dem Transmitter und dem Receiver möglich. Wird diese Kopplung bei einem reziproken System in Analogie zu dem allgemeinen Kopplungsfaktor (B.13) durch einen resistiven und einen reaktiven Kopplungsfaktor entsprechend

$$k_R = \frac{R_{tr}}{\sqrt{R_{tt}R_{rr}}} \quad (4.4)$$

und

$$k_X = \frac{X_{tr}}{\sqrt{X_{tt}X_{rr}}} \quad (4.5)$$

berücksichtigt, folgt aus der Übertragungsgüte (3.25) mit (4.2)–(4.5) der Zusammenhang

$$Q_k = \sqrt{\frac{1 + Q_{tt}Q_{rr}k_X^2}{1 - k_R^2}}. \quad (4.6)$$

Unter Verwendung von (3.26) hat dies zur Folge, dass durch die vier Erfahrungswerte (4.2)–(4.5) bereits der Wirkungsgrad der Energieübertragung abgeschätzt werden kann. Des Weiteren haben die vier Erfahrungswerte zur Folge, dass sich das gesuchte Gleichungssystem zu einem System mit zwei Unbekannten vereinfachen lässt. Durch eine Umformung von (4.2), (4.3) und (4.4) folgt

$$R_{tr} = k_R \sqrt{\frac{X_{tt}X_{rr}}{Q_{tt}Q_{rr}}} \quad (4.7)$$

und die Verwendung von (4.5) liefert den Zusammenhang

$$X_{tr} = k_X \sqrt{X_{tt}X_{rr}}. \quad (4.8)$$

Die Größen α und β aus (3.11) und (3.10) können ebenfalls mit den definierten Güten und den beiden Kopplungsfaktoren durch

$$\alpha = (1 + Q_{tt}Q_{rr}k_X^2) \frac{X_{rr}}{Q_{rr}} \quad (4.9)$$

und

$$\beta = (1 - k_R^2) \frac{X_{rr}}{Q_{rr}} \quad (4.10)$$

beschrieben werden. Das gesuchte Übertragungssystem soll Energie mit dem maximalen Wirkungsgrad übertragen und gleichzeitig die maximale Leistung am Ausgang umsetzen. Durch die Kenntnis des Lastwiderstandes R_l , der Eingangsspannung \mathbf{V}_d und der vorgegebenen Ausgangsleistung P_r folgt aus (3.15) und (3.52) das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} R_l = R_{r,\eta} &= \sqrt{\alpha\beta} \\ |\mathbf{V}_d| = |\mathbf{V}'_t| &= \frac{X_{tt}}{Q_{tt}} (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}) \sqrt{\frac{2P_r \sqrt{\alpha} \sqrt{\beta}}{\alpha R_{tr}^2 + \beta X_{tr}^2}}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

In (4.11) sind mit (4.2)–(4.10) lediglich die beiden Größen X_{tt} und X_{rr} unbekannt. Es folgt die Lösung

$$X_{rr} = R_l \frac{Q_{rr}}{Q_k (1 - k_R^2)} \quad (4.12)$$

und

$$X_{tt} = \frac{|\mathbf{V}_d|^2}{2P_r} \frac{Q_{tt}Q_k}{(Q_k + 1)^2(1 - k_R^2)}. \quad (4.13)$$

(4.12) und (4.13) liefern mit (4.2) und (4.3) die Widerstände R_{tt} und R_{rr} und in Verbindung mit (4.4) und (4.5) auch die Impedanz Z_{tr} . Damit ist das System vollständig bestimmt und das Übertragungssystem an die Last und die Spannungsquelle angepasst.

Ähnlich verhält es sich, wenn der Ausgang nach (3.22) gemäß Abbildung 4.3 alternativ durch eine Parallelschaltung aus einer Reaktanz und einem Lastwiderstand abgeschlossen werden soll.

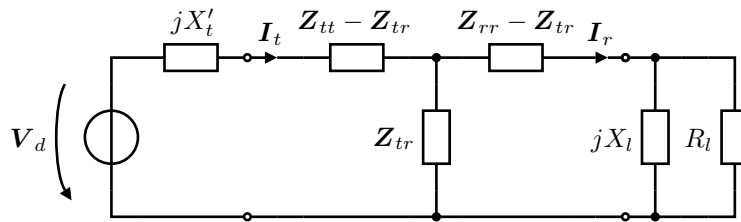


Abbildung 4.3.: Spannungsgespeistes Übertragungssystem, Lastimpedanz durch Parallelschaltung (3.22)

In diesem Fall ist nach (3.23) und (3.24), mit der Umformung von (3.13) zu

$$\gamma = X_{r,\eta} = k_X k_R \frac{Q_{tt}}{X_{tt}} \sqrt{\frac{X_{tt}^2 X_{rr}^2}{Q_{tt} Q_{rr}}} - X_{rr} \quad (4.14)$$

sowie mit (4.2)–(4.8) das Gleichungssystem

$$\begin{aligned} R_l &= \frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}} = \frac{\alpha\beta + \gamma^2}{\sqrt{\alpha\beta}} \\ X_l &= \frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{X_{r,\eta}} = \frac{\alpha\beta + \gamma^2}{\gamma} \\ |\mathbf{V}_d| = |\mathbf{V}'_t| &= \frac{X_{tt}}{Q_{tt}} (\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}) \sqrt{\frac{2P_r \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}}{\alpha R_{tr}^2 + \beta X_{tr}^2}} \end{aligned} \quad (4.15)$$

zu lösen. Dieses besteht aus drei Gleichungen, hat aber im Gegensatz zu (4.11) auch die drei unbekanntenen Größen X_{tt} , X_{rr} und X_l . Da das Ergebnis etwas unübersichtlich ist, bietet sich an dieser Stelle das numerische Lösen der Gleichungen an. Auch damit ist das Übertragungssystem an die Last angepasst.

4.1.2. Stromspeisung

Abbildung 4.4 zeigt ein stromgespeistes Übertragungssystem. Auch hier sind die Lastreaktanz $X_{r,\eta}$ sowie die Quellreaktanz X'_t aus (3.13) und (3.54) bekannt und nur von den Größen der Impedanzmatrix des zu bestimmenden Übertragungssystems abhängig. Dies führt analog zu Abschnitt 4.1.1 zu einem Gleichungssystem mit sechs Unbekannten, welches mit der dort gezeigten Annahmen sowie (4.2)–(4.5) ebenfalls zu einem Gleichungssystem mit lediglich zwei Unbekannten X_{tt} und X_{rr} vereinfacht werden kann.

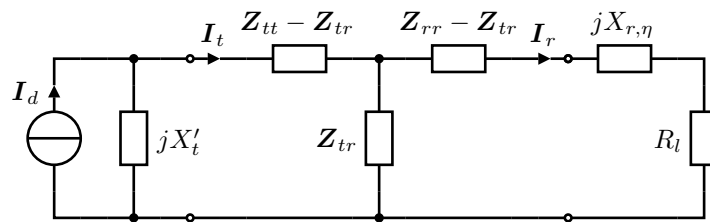


Abbildung 4.4.: Stromgespeistes Übertragungssystem, Lastimpedanz durch Parallelschaltung (3.21)

Durch die Kenntnis des Lastwiderstandes R_l , des Eingangsstroms I_d und der vorgegebenen Ausgangsleistung P_r folgt aus (3.15) und (3.55) das Gleichungssystem

$$R_l = R_{r,\eta} = \sqrt{\alpha\beta}$$

$$|I_d| = |I'_t| = \frac{X_{tt}X_{rr}}{Q_{tt}Q_{rr}} \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha R_{tr}^2 + \beta X_{tr}^2}} \sqrt{\frac{2P_r\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}}{\left(R_{tr}X_{tr} - \frac{X_{tt}X_{rr}}{Q_{rr}}\right)^2 + \alpha\beta\frac{X_{tt}^2}{Q_{tt}^2}}}, \quad (4.16)$$

welches sich durch

$$X_{rr} = R_l \frac{Q_{rr}}{Q_k(1 - k_R^2)} \quad (4.17)$$

und

$$X_{tt} = \frac{2P_r}{|I_d|^2} \frac{Q_{tt}Q_k(Q_k + 1)^2(k_R^2 - 1)}{(1 - Q_k^2) \left[Q_k^2(k_R^2 - 1)^2 + Q_{tt}^2 \left(1 - Q_{rr}k_Xk_R\sqrt{\frac{1}{Q_{tt}Q_{rr}}} \right)^2 \right]} \quad (4.18)$$

lösen lässt. (4.17) und (4.18) liefern mit (4.2) und (4.3) die Widerstände R_{tt} und R_{rr} und in Verbindung mit (4.4) und (4.5) die Impedanz Z_{tr} . Damit ist auch dieses System vollständig bestimmt.

Auch hier kann alternativ der Ausgang gemäß Abbildung 4.5 durch eine Parallelschaltung aus einer Reaktanz und einem Lastwiderstand abgeschlossen werden.

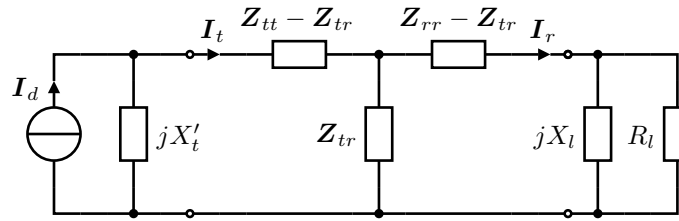


Abbildung 4.5.: Stromgespeistes Übertragungssystem, Lastimpedanz durch Parallelschaltung (3.22)

Mit (4.14) folgt das Gleichungssystem

$$\begin{aligned}
 R_l &= \frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}} = \frac{\alpha\beta + \gamma^2}{\sqrt{\alpha\beta}} \\
 X_l &= \frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{X_{r,\eta}} = \frac{\alpha\beta + \gamma^2}{\gamma} \\
 |\mathbf{I}_d| &= |\mathbf{I}'_t| = \frac{X_{tt}X_{rr}}{Q_{tt}Q_{rr}} \frac{\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta}}{\sqrt{\alpha R_{tr}^2 + \beta X_{tr}^2}} \sqrt{\frac{2P_r \sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}}{\left(R_{tr}X_{tr} - \frac{X_{tt}X_{rr}}{Q_{rr}}\right)^2 + \alpha\beta \frac{X_{tt}^2}{Q_{tt}^2}}}
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

mit den drei Unbekannten X_{tt} , X_{rr} und X_l , welches wie auch (4.15) numerisch gelöst werden kann. Dadurch wird es möglich, das Übertragungssystem an eine Stromquelle und eine definierte Last anzupassen.

4.2. Lastanpassung

Ist die direkte Anpassung des Übertragungssystems entsprechend Abschnitt 4.1 an den tatsächlichen Lastwiderstand nicht möglich, kann eine Energieübertragung mit maximalem Wirkungsgrad durch ein zusätzliches Anpassungsnetzwerk am Ausgang erfolgen. Abbildung 4.6 zeigt den Ausgang des nach Abbildung 3.1 bekannten Übertragungssystems, welcher über ein noch zu bestimmendes Anpassungsnetzwerk mit dem Lastwiderstand R_l verbunden ist.

Die Anpassung kann auf unterschiedliche Arten erfolgen. Nachfolgend werden Anpassungen mit einem Komplexen Transformator nach Abschnitt 3.3.1 sowie Anpassungen mit einem Komplexen Gyrator gemäß Abschnitt 3.3.2 vorgestellt. Ziel ist die Herleitung einer Lastanpassungsmatrix $\mathcal{A}_{r,l}$, welche durch Anhang B.2 zu einer verlustfreien und realisierbaren Schaltung synthetisiert werden kann. Realisierbar bedeutet in diesem Fall, dass das Anpassungsnetzwerk schaltungstechnisch aus diskreten Bauelementen besteht. Dies führt aufgrund der geforderten Verlustfreiheit dazu, dass das Anpassungsnetzwerk lediglich aus Induktivitäten und Kapazitäten bestehen darf.

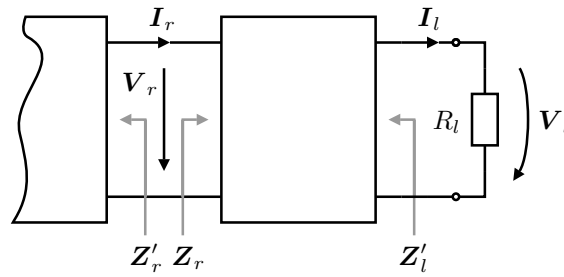


Abbildung 4.6.: Anpassung der Senke an das vorgegebene Übertragungssystem

4.2.1. Transformatorische Reihenlastanpassung

Aus Abschnitt 3.1 ist bereits bekannt, dass zur Maximierung des Wirkungsgrades die Eingangsimpedanz des Anpassungsnetzwerks Z_r entsprechend der optimalen Lastimpedanz $Z_{r,\eta}$ gewählt werden sollte. Diese Eingangsimpedanz kann nach (3.21) durch die Reihenschaltung einer Reaktanz und eines ohmschen Widerstandes realisiert werden. Da der Lastwiderstand R_l in Abbildung 4.6 im allgemeinen Fall nicht dem idealen Lastwiderstand entspricht, wird er durch einen Komplexen Transformator nach Abschnitt 3.3.1 zu dem optimalen Widerstand $R_{r,\eta}$ transformiert. Aus (3.66) folgt das nötige Übersetzungsverhältnis des Komplexen Transformators zu

$$\mathbf{n}_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{R_l}{R_{r,\eta}}}. \quad (4.20)$$

Dieses Übersetzungsverhältnis ist reell und der Komplexen Transformator verhält sich wie ein Idealer Transformator. Aufgrund der Quadrierung in (3.66) muss jedoch eine Fallunterscheidung mit positivem und negativem Vorzeichen erfolgen. Diese Unterscheidung hat zur Folge, dass zwei Anpassungsnetzwerke gefunden werden können, welche die Bedingung der geforderten transformatorischen Reihenlastanpassung erfüllen.

Aus diesen Überlegungen und Annahmen lässt sich Abbildung 4.7 zeichnen, woraus sich unter der weiteren Verwendung von (3.67) die Kettenmatrizen der nötigen Anpassungsnetzwerke zu

$$\mathcal{A}_{rl,2} = \begin{bmatrix} 1 & jX_{r,\eta} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pm \sqrt{\frac{R_{r,\eta}}{R_l}} & 0 \\ 0 & \pm \sqrt{\frac{R_l}{R_{r,\eta}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pm \sqrt{\frac{R_{r,\eta}}{R_l}} & \pm jX_{r,\eta} \sqrt{\frac{R_l}{R_{r,\eta}}} \\ 0 & \pm \sqrt{\frac{R_l}{R_{r,\eta}}} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

bestimmen lassen. Da $\mathbf{a}_{2,1} = 0$ zeigt der Vergleich mit (B.21) sofort, dass Anpassungsnetzwerke mit den Zweitorparametern (4.21) schaltungstechnisch lediglich durch

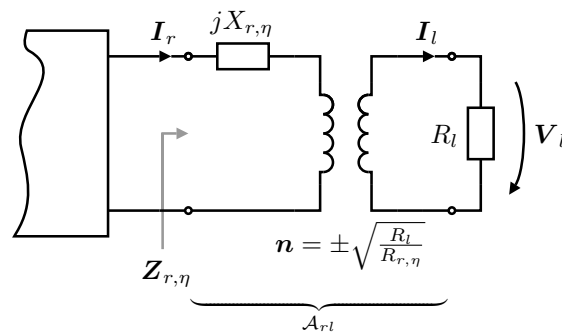


Abbildung 4.7.: Netzwerk zur transformatorischen Reihenlastanpassung

Π -Netzwerke nach Anhang B.2.2 realisierbar sind. Aus (4.21) und (B.23) folgen die Vektoren

$$\vec{Z}_{\Pi_{1,2}} = \begin{bmatrix} jX_{r,\eta} \frac{\sqrt{R_l}}{\sqrt{R_l} \mp \sqrt{R_{r,\eta}}} \\ \pm jX_{r,\eta} \sqrt{\frac{R_l}{R_{r,\eta}}} \\ \mp jX_{r,\eta} \frac{R_l}{R_{r,\eta}} \frac{\sqrt{R_{r,\eta}}}{\sqrt{R_l} \mp \sqrt{R_{r,\eta}}} \end{bmatrix}, \quad (4.22)$$

sowie Abbildung 4.8. Die Synthese der transformatorischen Lastanpassung ist demnach

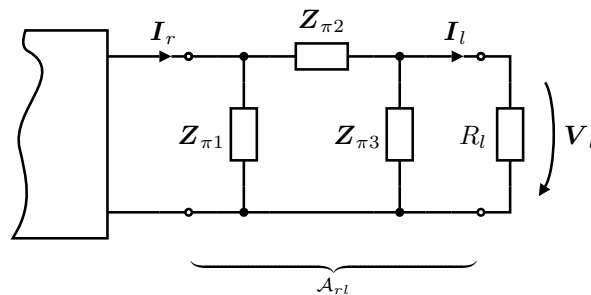


Abbildung 4.8.: Lastanpassung mit Π -Netzwerk

durch zwei Π -Netzwerke möglich. Die in (4.22) gefundenen Impedanzen sind reaktiv und die Anpassungsnetzwerke demnach praktisch realisierbar.

4.2.2. Gyatorische Reihenlastanpassung

Auch bei der gyatorischen Reihenlastanpassung muss die Eingangsimpedanz des Anpassungsnetzwerks zur Maximierung des Wirkungsgrades gleich der Impedanz $Z_{r,\eta}$ sein.

Mit der gleichen Argumentation wie in Abschnitt 4.2.1 kann aus (3.80) zur Transformation des Lastwiderstandes die nötige Gyrtorimpedanz zu

$$\mathbf{Z}_{G_{1,2}} = \pm j\sqrt{R_l R_{r,\eta}} \quad (4.23)$$

ermittelt werden. Diese Größe ist imaginär. Auch hier muss eine Fallunterscheidung mit positivem und negativem Vorzeichen erfolgen. Es lässt sich zeigen, dass die folgende Betrachtung mit einem Idealen Gyrtor, dessen Kettenmatrix zum Beispiel nach [56] bekannt ist, nicht möglich ist. Hier wären negative, ohmsche Widerstände nötig.

Mit den Gyrtorimpedanzen (4.23) lässt sich Abbildung 4.9 angeben.

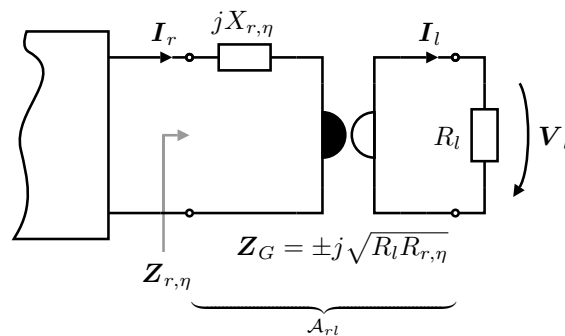


Abbildung 4.9.: Netzwerk zur gyrtorischen Reihenlastanpassung

Aus dieser lassen sich mit (3.81) die nötigen Kettenmatrizen der Anpassungsnetzwerke errechnen. Es gilt

$$\mathcal{A}_{rl_{1,2}} = \begin{bmatrix} 1 & jX_{r,\eta} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \mp j\sqrt{R_l R_{r,\eta}} \\ \pm \frac{1}{j\sqrt{R_l R_{r,\eta}}} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$\mathcal{A}_{rl_{1,2}} = \begin{bmatrix} \pm \frac{X_{r,\eta}}{\sqrt{R_l R_{r,\eta}}} & \mp j\sqrt{R_l R_{r,\eta}} \\ \pm \frac{1}{j\sqrt{R_l R_{r,\eta}}} & 0 \end{bmatrix} .$$

Der Vergleich mit (B.21) oder (B.23) zeigt, dass hier die Anpassungsnetzwerke mit den Zweitorparametern (4.24) schaltungstechnisch sowohl durch T -Netzwerke, als auch

durch Π -Netzwerke realisiert werden können. Es folgen die Vektoren

$$\vec{\mathbf{Z}}_{T_{1,2}} = \begin{bmatrix} j(X_{r,\eta} \mp \sqrt{R_l R_{r,\eta}}) \\ \pm j\sqrt{R_l R_{r,\eta}} \\ \mp j\sqrt{R_l R_{r,\eta}} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

und

$$\vec{\mathbf{Z}}_{\Pi_{1,2}} = \begin{bmatrix} \pm j\sqrt{R_l R_{r,\eta}} \\ \mp j\sqrt{R_l R_{r,\eta}} \\ -j \frac{R_l R_{r,\eta}}{X_{r,\eta} \mp \sqrt{R_l R_{r,\eta}}} \end{bmatrix}. \quad (4.26)$$

Die gyratorische Reihenlastanpassung ist demnach durch zwei T - und zwei Π -Netzwerke möglich. Auch hier sind die gefundenen Impedanzen reaktiv und die Anpassungsnetzwerke praktisch realisierbar.

Die Anpassung mittels T -Netzwerk entsprechend (4.25) erfolgt nach Abbildung 4.10.

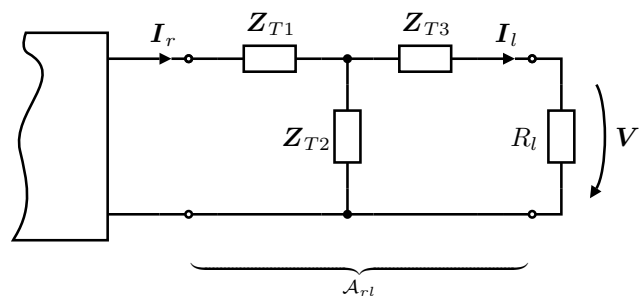


Abbildung 4.10.: Lastanpassung mit T -Netzwerk

Die Anpassung mit einem Π -Netzwerk gemäß (4.26) ist mit der bereits bekannten Abbildung 4.8 möglich.

4.2.3. Transformatorische Parallellastanpassung

Die zur Lastanpassung nötige Eingangsimpedanz $\mathbf{Z}_{r,\eta}$ muss im Fall der transformatorischen Parallellastanpassung entsprechend (3.22) durch eine Parallelschaltung der Reaktanz (3.23) und des Widerstandes (3.24) realisiert werden. Da der Lastwiderstand

R_l in Abbildung 4.6 auch hier im allgemeinen Fall nicht dem benötigten Parallellastwiderstand nach (3.24) entspricht, wird er durch einen komplexen Transformator transformiert. Aus (3.66) und (3.24) folgt das nötige Übersetzungsverhältnis zu

$$\mathbf{n}_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{R_{r,\eta}}{X_{r,\eta}^2 + R_{r,\eta}^2} R_l}. \quad (4.27)$$

Dieses Verhältnis ist reell und der Komplexe Transformator verhält sich wie ein Idealer Transformator. Auch hier ist eine Fallunterscheidung mit positivem und negativem Vorzeichen erforderlich. Es lässt sich Abbildung 4.11 angeben.

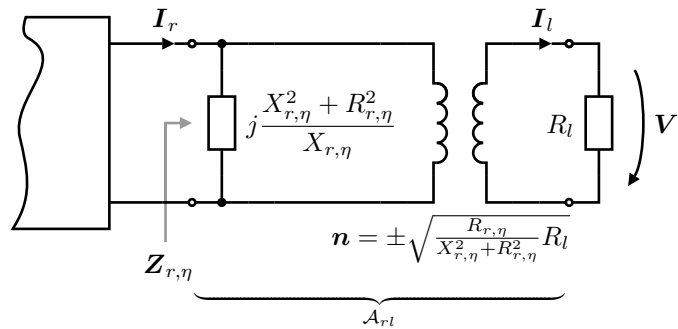


Abbildung 4.11.: Netzwerk zur transformatorischen Parallellastanpassung

Aus Abbildung 4.11 lassen sich die Kettenmatrizen der gesuchten Anpassungsnetzwerke ablesen. Es gilt

$$\mathcal{A}_{r1,2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -j \frac{X_{r,\eta}}{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \pm \sqrt{\frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}}} \frac{1}{R_l} & 0 \\ 0 & \pm \sqrt{\frac{R_{r,\eta}}{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}} R_l \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$\mathcal{A}_{r1,2} = \begin{bmatrix} \pm \sqrt{\frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}}} \frac{1}{R_l} & 0 \\ \mp j \frac{X_{r,\eta}}{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2} \sqrt{\frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}}} \frac{1}{R_l} & \pm \sqrt{\frac{R_{r,\eta}}{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}} R_l \end{bmatrix}.$$

Da in (4.28) $\mathbf{a}_{1,2} = 0$, zeigt der Vergleich mit (B.23), dass diese Anpassungsnetzwerke nur durch T -Netzwerke gemäß Abbildung 4.10 synthetisiert werden können. Aus (B.21) folgen die Vektoren

$$\vec{Z}_{T_{1,2}} = \begin{bmatrix} j \frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{X_{r,\eta}} \left(1 \mp \sqrt{\frac{R_{r,\eta}}{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2} R_l} \right) \\ \pm j \frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{X_{r,\eta}} \sqrt{\frac{R_{r,\eta}}{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2} R_l} \\ j R_l \frac{R_{r,\eta}}{X_{r,\eta}} \left(1 \mp \sqrt{\frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}} \frac{1}{R_l}} \right) \end{bmatrix}. \quad (4.29)$$

Die gefundenen Impedanzen sind reaktiv und die Anpassungsnetzwerke praktisch durch diskrete Reaktanzen realisierbar.

4.2.4. Gyrotorische Parallellastanpassung

Die Eingangsimpedanz des Anpassungsnetzwerks, bestehend aus einer Parallelschaltung der Reaktanz (3.23) und des Widerstandes (3.24), muss der Impedanz $Z_{r,\eta}$ entsprechen. Im Allgemeinen ist eine Transformation des Lastwiderstandes R_l zu (3.24) nötig, welche mit einem Komplexen Gyrotor erfolgen kann. Es gilt

$$Z_{G_{1,2}} = \pm j \sqrt{\frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}} R_l}. \quad (4.30)$$

Die Gyrotorimpedanz (4.30) ist imaginär und es ist, wie bei allen vorangegangenen Anpassungen auch, eine Fallunterscheidung nötig. Ähnlich Abschnitt 4.2.3 lässt sich unter Verwendung des Komplexen Gyrotors Abbildung 4.12 angeben.

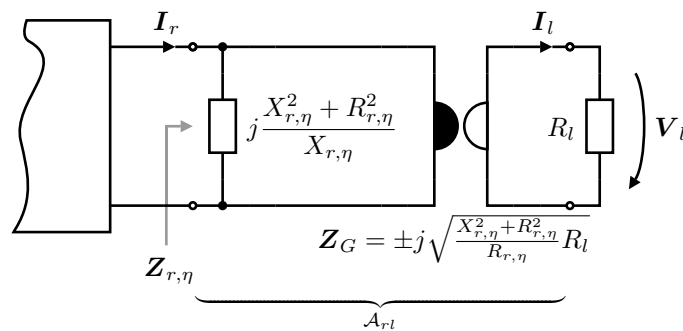


Abbildung 4.12.: Netzwerk zur gyrotorischen Parallellastanpassung

Auch hier lassen sich aus Abbildung 4.12 direkt die Kettenmatrizen der gesuchten

Anpassungsnetzwerke ablesen. Es gilt

$$\mathcal{A}_{rl,2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -j \frac{X_{r,\eta}}{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \mp j \sqrt{\frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}}} R_l \\ \mp j \sqrt{\frac{R_{r,\eta}}{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}} \frac{1}{R_l} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

$$\mathcal{A}_{rl,2} = \begin{bmatrix} 0 & \mp j \sqrt{\frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}}} R_l \\ \mp j \sqrt{\frac{R_{r,\eta}}{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}} \frac{1}{R_l} & \mp \frac{X_{r,\eta}}{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2} \sqrt{\frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}}} R_l \end{bmatrix}.$$

Die Synthetisierungen sind in diesem Fall wie auch bei der gyratorischen Reihenlastanpassung aus Abschnitt 4.2.2 durch T - und Π -Netzwerke möglich. Für den Fall des T -Netzwerke gelten entsprechend Abbildung 4.10 die Vektoren

$$\vec{\mathbf{Z}}_{T,2} = \begin{bmatrix} \mp j \sqrt{\frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}}} R_l \\ \pm j \sqrt{\frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}}} R_l \\ -j \left[X_{r,\eta} \frac{R_l}{R_{r,\eta}} \pm \sqrt{\frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}}} R_l \right] \end{bmatrix}. \quad (4.32)$$

Die Anpassung mit Π -Netzwerken nach Abbildung 4.8 ist durch die Vektoren

$$\vec{\mathbf{Z}}_{\Pi,2} = \begin{bmatrix} j \frac{1}{\sqrt{\frac{R_{r,\eta}}{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}} \frac{1}{R_l} \pm \frac{X_{r,\eta}}{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}} \\ \mp j \sqrt{\frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}}} R_l \\ \pm j \sqrt{\frac{R_{r,\eta}^2 + X_{r,\eta}^2}{R_{r,\eta}}} R_l \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

möglich. Auch hier sind die Vektoren (4.32) und (4.33) reaktiv und die jeweiligen Anpassungsnetzwerke durch diskrete Bauelemente realisierbar.

Mit dieser letzten Herleitung sind nach Berücksichtigung der gemachten Fallunterscheidungen insgesamt zwölf unterschiedliche Netzwerke zur Lastanpassungen gefunden. Die Bewertung dieser unterschiedlichen Netzwerke soll kein Bestandteil dieser Arbeit sein.

4.3. Quellenanpassung

Ist die direkte Anpassung des Übertragungssystems entsprechend Abschnitt 4.1 an die vorhandene Quelle nicht möglich, kann eine Energieübertragung mit maximaler Leistung gemäß Abschnitt 3.2 durch ein zusätzliches Anpassungsnetzwerk am Eingang erfolgen. Abbildung 4.13 zeigt eine beliebige Quelle, welche über ein noch zu bestimmendes Anpassungsnetzwerk mit dem Eingang des nach Abbildung 3.1 bekannten Übertragungssystems verbunden ist.

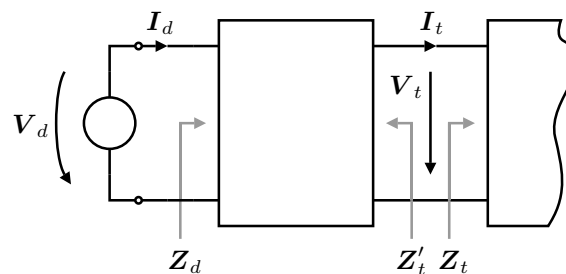


Abbildung 4.13.: Anpassung der Quelle an das vorgegebene Übertragungssystem

Auch hier kann die Anpassung, wie auch im Abschnitt 4.2, auf unterschiedlichste Arten erfolgen. Nachfolgend werden Quellenanpassungen mit einem Komplexen Transformator und einem Komplexen Gyrator vorgestellt. Hier kann jeweils in eine Spannungs- und eine Stromspeisung gemäß Abschnitt 3.2.2 respektive 3.2.3 unterschieden werden, wonach sich die vier in den folgenden Abschnitten dargestellten Anpassungsmöglichkeiten ableiten lassen.

Es muss darauf geachtet werden, dass sich die Begriffe Spannungs- und Stromspeisung auf die Charakteristik der Einspeisung in das eigentliche Übertragungssystem beziehen. Die tatsächlich in das Anpassungsnetzwerk einspeisende Quelle wird speziell im Fall der gyratorischen Anpassung von dieser Charakteristik abweichen.

Auch hier soll, wie in Abschnitt 4.2 eingeführt darauf geachtet werden, dass die Anpassungsnetzwerke schaltungstechnisch realisiert werden können.

4.3.1. Transformatorische Spannungspeisung

Der Komplexe Transformator hat im Allgemeinen die Eigenschaft, dass nach (3.56) die Ausgangsklemmen, bei Einspeisung einer konstanten Spannung, ebenfalls das Verhalten einer Spannungsquelle zeigen. Demzufolge muss zur Spannungspeisung des Übertragungssystems auch das Anpassungsnetzwerk mit einer Spannung gespeist werden. Aus (3.56) folgt das nötige Übersetzungsverhältnis zu

$$\mathbf{n} = \frac{V'_t}{V_d}. \quad (4.34)$$

Aus Abschnitt 3.2.2 ist bekannt, dass zur Maximierung der übertragenen Leistung im Fall der Spannungspeisung, die Quelle eine Quellreaktanz entsprechend (3.51) aufweisen muss. Es lässt sich das Anpassungsnetzwerk in Abbildung 4.14 angeben. Aus

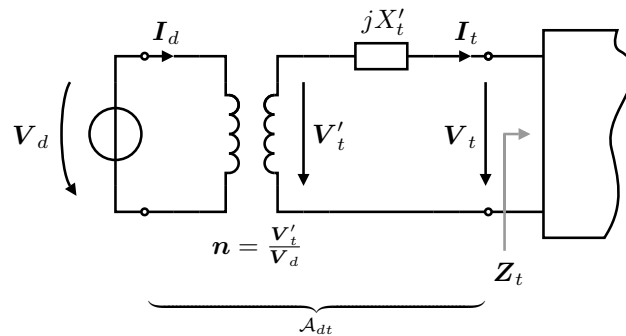


Abbildung 4.14.: Transformatorische Spannungspeisung

dieser Abbildung kann die Kettenmatrix des Anpassungsnetzwerks errechnet werden. Mit (3.67) und (3.51) folgt

$$\mathcal{A}_{dt} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mathbf{n}} & 0 \\ 0 & \mathbf{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & jX'_t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mathbf{n}} & jX'_t \frac{1}{\mathbf{n}} \\ 0 & \mathbf{n} \end{bmatrix}. \quad (4.35)$$

Da $\mathbf{a}_{2,1} = 0$ ist aus (B.21) sofort ersichtlich, dass ein Anpassungsnetzwerk mit den Zweitorparametern (4.35) lediglich durch ein Π -Netzwerk nach Abschnitt B.2.2 herstellbar ist. Es folgt der Vektor

$$\vec{Z}_{\Pi} = \begin{bmatrix} jX'_t \frac{1}{\mathbf{n}(\mathbf{n}-1)} \\ jX'_t \frac{1}{\mathbf{n}} \\ -jX'_t \frac{1}{\mathbf{n}-1} \end{bmatrix}. \quad (4.36)$$

Aus diesem Vektor folgt direkt, dass dieses Π -Netzwerk schaltungstechnisch nur dann umsetzbar ist, wenn die drei Impedanzen in (4.36) auch praktisch realisierbar sind. Diese Bedingung ist lediglich dann erfüllt, wenn das Übersetzungsverhältnis n in (4.36) reell ist. Aus (4.34) folgt, dass in diesem Fall die Eingangsspannung V_d gleich- oder gegenphasig zur Spannung V'_t angenommen werden muss. (4.34) vereinfacht sich zu

$$n_{1,2} = \pm \frac{|V'_t|}{|V_d|}. \quad (4.37)$$

Demnach verhält sich der Komplexe Transformator wie ein Idealer Transformator. Mit (4.36) in (4.34) sind entsprechend Abbildung 4.15 zwei Netzwerke gefunden, welche eine transformatorische Spannungsspeisung ermöglichen.

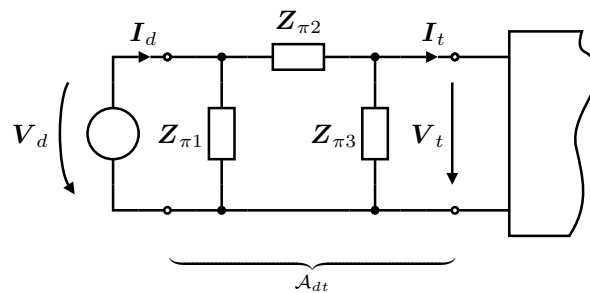


Abbildung 4.15.: Quellenanpassung mit Π -Netzwerk

4.3.2. Gyrationische Spannungsspeisung

Der Komplexe Gyration hat die Eigenschaft, dass sich nach (3.75) die Ausgangsklemmen, bei Einspeisung eines konstanten Stroms, wie eine Spannungsquelle verhalten. Demzufolge muss zur Spannungsspeisung des Übertragungssystems das Anpassungsnetzwerk durch einen Strom gespeist werden. Aus (3.75) folgt die nötige Gyrationimpedanz zu

$$Z_G = \frac{V'_t}{I_d}. \quad (4.38)$$

Aus Abschnitt 3.2.2 ist bekannt, dass zur Maximierung der übertragenen Leistung im Fall der Spannungsspeisung, die Quelle eine Quellreaktanz entsprechend (3.51) aufweisen muss. Hier lässt sich das Anpassungsnetzwerk in Abbildung 4.16 angeben. Aus dieser Abbildung kann die Kettenmatrix des Anpassungsnetzwerks errechnet werden. Mit (3.81) und (3.51) folgt

$$A_{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -Z_G \\ \frac{1}{Z_G} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & jX'_t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -Z_G \\ \frac{1}{Z_G} & jX'_t \frac{1}{Z_G} \end{bmatrix}. \quad (4.39)$$

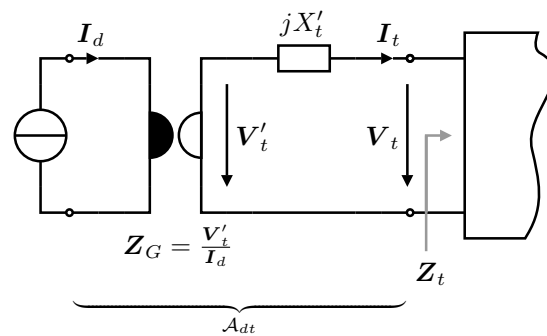


Abbildung 4.16.: Gyratorische Spannungspeisung

(4.39) ist nach (B.21) und (B.23) sowohl durch ein T -Netzwerk, als auch durch ein Π -Netzwerk herstellbar. Es folgen die Vektoren

$$\vec{Z}_T = \begin{bmatrix} -Z_G \\ Z_G \\ -(Z_G + jX'_t) \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

und

$$\vec{Z}_\Pi = \begin{bmatrix} Z_G^2 \frac{Z_G + jX'_t}{X_t^2 + Z_G^2} \\ -Z_G \\ Z_G \end{bmatrix}. \quad (4.41)$$

Analog zu Abschnitt 4.3.1 müssen auch hier die Impedanzen in (4.40) und (4.41) praktisch realisierbar sein. Dies gelingt bei den beiden Vektoren lediglich durch eine rein imaginäre Gyratorimpedanz, wodurch sich (4.38) zu

$$Z_{G1,2} = \pm j \frac{|V'_t|}{|I_d|} \quad (4.42)$$

vereinfacht. Mit (4.42) in (4.40) oder (4.41) sind vier praktische Netzwerke zur gyratorischen Spannungspeisung gefunden. Die Anpassung durch ein T -Netzwerk ist in Abbildung 4.17 dargestellt. Die Quellenanpassung durch ein Π -Netzwerk ist entsprechend Abbildung 4.15 bereits bekannt.

4.3.3. Transformatorische Stromspeisung

Wie bereits in Abschnitt 4.3.1 gezeigt, hat der Komplexe Transformator im Allgemeinen die Eigenschaft, dass die Ausgangsklemmen, bei Einspeisung einer konstanten

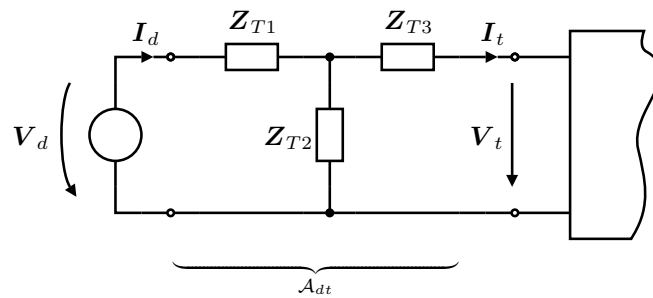


Abbildung 4.17.: Quellenanpassung mit T-Netzwerk

Spannung, ebenfalls das Verhalten einer Spannungsquelle zeigen. Sollen sich die Ausgangsklemmen wie eine Stromquelle verhalten, muss nach (3.57) auch die Quelle eine Stromquelle sein. Mit (3.55) gilt

$$\mathbf{n} = \frac{I_d}{I_t}. \quad (4.43)$$

Zur Maximierung der Ausgangsleistung muss diese Stromquelle eine Eingangsimpedanz entsprechend (3.54) aufweisen. Es lässt sich das Netzwerk in Abbildung 4.18 zeichnen. Auch hier kann aus Abbildung 4.18 die nötige Kettenmatrix des Anpassungsnetzwerks

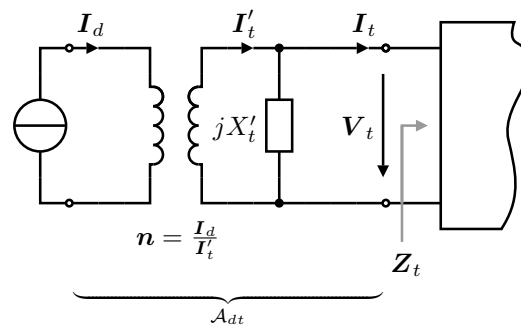


Abbildung 4.18.: Transformatorische Stromspeisung

abgelesen werden. Es folgt die Kettenmatrix

$$\mathcal{A}_{dt} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mathbf{n}} & 0 \\ 0 & \mathbf{n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{jX_t'} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\mathbf{n}} & 0 \\ \mathbf{n} \frac{1}{jX_t'} & \mathbf{n} \end{bmatrix}. \quad (4.44)$$

Da $a_{1,2} = 0$, zeigt der Vergleich mit (B.23), dass diese Anpassung lediglich durch ein

T -Netzwerk realisierbar ist. Aus (4.44) und (B.21) lässt sich der Vektor

$$\vec{Z}_T = \begin{bmatrix} -jX'_t \frac{n-1}{n^2} \\ jX'_t \frac{1}{n} \\ jX'_t \frac{n-1}{n} \end{bmatrix}. \quad (4.45)$$

ermitteln. Wie auch in Abschnitt 4.3.1 ist aus (4.45) sofort ersichtlich, dass die einzelnen Impedanzen des T -Netzwerks durch Reaktanzen ersetzt werden können, wenn das Übersetzungsverhältnis reell ist. Analog zu (4.37) folgt hier aus (3.57) das Übersetzungsverhältnis

$$n_{1,2} = \pm \frac{|I_d|}{|I'_t|}. \quad (4.46)$$

Das Einsetzen von (4.46) in (4.45) liefert zwei nach Abbildung 4.15 praktisch umsetzbare Netzwerke, welche die transformatorische Stromspeisung erfüllen.

4.3.4. Gyratorische Stromspeisung

Sollen die Ausgangsklemmen des Komplexen Gyrators das Verhalten einer Stromquelle zeigen, muss das Anpassungsnetzwerk mit einer Spannungsquelle gespeist werden. Für die Gyratorimpedanz folgt aus (3.74) und (3.55)

$$Z_G = \frac{V_d}{I'_t}. \quad (4.47)$$

Die Quellreaktanz der Stromquelle ist zur Maximierung der Ausgangsleistung ebenfalls durch (3.54) bekannt. Es lässt sich das Anpassungsnetzwerk in Abbildung 4.19 angeben. Aus dieser Abbildung folgt die Kettenmatrix des Anpassungsnetzwerks zu

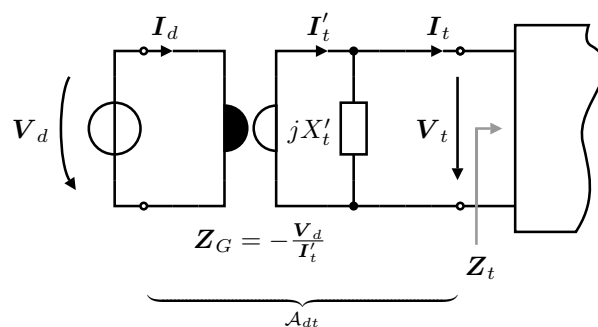


Abbildung 4.19.: Gyratorische Stromspeisung

$$\mathcal{A}_{dt} = \begin{bmatrix} 0 & -\mathbf{Z}_G \\ \frac{1}{\mathbf{Z}_G} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{jX'_t} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\mathbf{Z}_G}{jX'_t} & -\mathbf{Z}_G \\ \frac{1}{\mathbf{Z}_G} & 0 \end{bmatrix}, \quad (4.48)$$

aus welcher die beiden Vektoren

$$\vec{\mathbf{Z}}_T = \begin{bmatrix} -\left(\mathbf{Z}_G + \frac{\mathbf{Z}_G^2}{jX'_t}\right) \\ \mathbf{Z}_G \\ -\mathbf{Z}_G \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

und

$$\vec{\mathbf{Z}}_{\Pi} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_G \\ -\mathbf{Z}_G \\ jX'_t \mathbf{Z}_G \frac{\mathbf{Z}_G - jX'_t}{\mathbf{Z}_G^2 + X_t'^2} \end{bmatrix}, \quad (4.50)$$

entsprechend (B.21) respektive (B.23) folgen. Wie auch in Abschnitt 4.3.2 zeigen diese Vektoren, dass sowohl das T -, als auch das Π -Netzwerk praktisch nur dann realisierbar sind, wenn die Gyratorimpedanz imaginär ist. Es folgt

$$\mathbf{Z}_{G_{1,2}} = \pm j \frac{|\mathbf{V}_d|}{|\mathbf{I}'_t|}. \quad (4.51)$$

(4.51) in (4.49) und (4.50) liefert mit den Abbildungen 4.17 und 4.15 vier Anpassungsnetzwerke, welche eine gyratorische Stromspeisung erfüllen.

Wie auch bei der Lastanpassung wurden insgesamt zwölf Netzwerke zur Anpassung der Quelle gefunden. Die Bewertung dieser unterschiedlichen Netzwerke soll an einer anderen Stelle erfolgen.

4.4. Übertragungsgüte und Übertragungsbandbreite

Das Übertragungssystem wird unter anderem durch die Größen α und β charakterisiert. Mit diesen Größen wird der maximal mögliche Wirkungsgrad (3.26), die Übertragungsbandbreite (3.32), aber auch der optimale Realteil der Lastimpedanz (3.15) beschrieben.

Der folgende Abschnitt soll zeigen, welchen Einfluss die in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellten Anpassungsnetzwerke auf die Größen α und β haben. Hierzu wird stellvertretend eine allgemeine Impedanzmatrix eines beliebigen verlustfreien und reziproken Anpassungsnetzwerks definiert. Aufgrund der Verlustfreiheit kann diese Impedanzmatrix gemäß $\mathbf{z} = r + jx$ durch

$$\mathcal{Z}_A = \begin{bmatrix} jx_{1,1} & -jx_{1,2} \\ jx_{1,2} & -jx_{2,2} \end{bmatrix} \quad (4.52)$$

beschrieben werden, wobei die Größen $x_{1,1}$, $x_{1,2}$ und $x_{2,2}$ reell sind. Dieses allgemeine Anpassungsnetzwerk kann nach den Abbildungen 4.6 und 4.13 mathematisch jeweils dem eigentlichen Übertragungssystem vor- oder nachgeschaltet berücksichtigt werden. Dies entspricht schaltungstechnisch einer allgemeinen Quell- oder Lastanpassung. Hierzu bietet sich die Überführung der Impedanzmatrix (4.52) in eine Kettenmatrix an. Unter Verwendung von (B.3) folgt

$$\mathcal{A}_A = \begin{bmatrix} \frac{x_{1,1}}{x_{1,2}} & j \frac{\det \mathcal{Z}_A}{x_{1,2}} \\ -j \frac{1}{x_{1,2}} & \frac{x_{2,2}}{x_{1,2}} \end{bmatrix}. \quad (4.53)$$

Mit (4.53) kann die Kettenmatrix der Zusammenschaltung der allgemeinen Quellenanpassung und des Übertragungssystems durch

$$\mathcal{A}_{dr} = \mathcal{A}_A \mathcal{A}_{tr} \quad (4.54)$$

und die Kettenmatrix der Zusammenschaltung des Übertragungssystems und der allgemeinen Lastanpassung durch

$$\mathcal{A}_{tl} = \mathcal{A}_{tr} \mathcal{A}_A \quad (4.55)$$

bestimmt werden.

In Abschnitt 3.1 wurde bereits dargestellt, dass der Wirkungsgrad eines Übertragungssystems lediglich durch die Wahl der Lastimpedanz beeinflusst oder optimiert werden kann. Dies hat direkt zur Folge, dass die in Abschnitt 3.1.1 eingeführte Übertragungsgüte und mit (3.33) auch die in Abschnitt 3.1.2 vorgestellte Übertragungsbandbreite unabhängig von einer dem Übertragungssystem vorgeschalteten Quellenanpassung sind. Durch eine Rücktransformation von (4.54) in eine Impedanzmatrix (B.4) lässt sich zeigen, dass im Fall der verlustfreien Quellenanpassung

$$\alpha_{dr} = \alpha \quad (4.56)$$

und

$$\beta_{dr} = \beta \quad (4.57)$$

gelten. Demnach kann bestätigt werden, dass eine Quellenanpassung keinen Einfluss auf die Übertragungsgüte (3.25) hat.

Ähnlich verhält es sich bei der im Abschnitt 4.2 gezeigten Lastanpassung. Bei der Bestimmung der optimalen Energieauskopplung in 3.1 wurde deutlich, dass der Wirkungsgrad von der Lastimpedanz Z_r abhängt. Diese Impedanz entspricht im Fall der Lastanpassung der Eingangsimpedanz des Anpassungsnetzwerks. Es lässt sich auf einfache Weise zeigen, dass aus (4.55) nach Rücktransformation in eine Impedanzmatrix

$$\alpha_{tl} = \delta\alpha \quad (4.58)$$

und

$$\beta_{tl} = \delta\beta \quad (4.59)$$

folgen, wobei δ in beiden Fällen durch

$$\delta = \frac{x_{1,2}^2}{x_{1,1}^2 - X_{rr}^2 - 2\gamma(X_{rr} + x_{1,1}) + R_{rr}(\alpha + \beta) - R_{rr}^2} \quad (4.60)$$

gegeben ist. Daraus wird deutlich, dass eine verlustfreie Lastanpassung im Allgemeinen die Größen α und β gleichmäßig verschiebt. Für die Übertragungsgüte des angepassten Systems gilt nach (3.25)

$$Q_{k_{tl}} = \sqrt{\frac{\alpha_{tl}}{\beta_{tl}}} = \sqrt{\frac{\delta\alpha}{\delta\beta}} = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} = Q_k. \quad (4.61)$$

Der Multiplikator δ in (4.61) lässt sich kürzen, was dazu führt, dass die Übertragungsgüte und mit (3.33) auch die Übertragungsbandbreite unabhängig von einer Lastanpassung sind. Demzufolge bleibt der maximal erreichbare Wirkungsgrad des verlustfrei angepassten Systems gleich. Für den optimalen Realteil der Lastimpedanz des angepassten Systems $R_{l,\eta}$ folgt aus (3.15)

$$R_{l,\eta} = \sqrt{\alpha_{tl}\beta_{tl}} = \sqrt{\delta\alpha\delta\beta} = \delta\sqrt{\alpha\beta} = \delta R_{r,\eta}, \quad (4.62)$$

wonach auch $R_{r,\eta}$, wie bereits für α und β mit (4.58) und (4.59) bestätigt wurde, um den Multiplikator (4.60) verschoben wird. Aus den bis dahin gezeigten Zusammenhängen lässt sich bereits vermuten, dass die aus Abbildung 3.5 bekannte Funktion des Wirkungsgrades, aufgetragen über einem variablen Lastwiderstand, durch eine verlustfreie Lastanpassung lediglich verschoben wird.

Diese Vermutung lässt sich mit Hilfe von (3.14) bestätigen. Geht man davon aus, dass auch das angepasste System mit einer systemabhängigen optimalen Reaktanz $X_{l,\eta}$ aber einem variablen Lastwiderstand belastet wird, folgt für den Wirkungsgrad

$$\eta_{tl} = \frac{\alpha_{tl}}{\alpha_{tl} + R_r} - \frac{\beta_{tl}}{\beta_{tl} + R_r} = \frac{\delta\alpha}{\delta\alpha + R_r} - \frac{\delta\beta}{\delta\beta + R_r} = \frac{\alpha}{\alpha + \frac{R_r}{\delta}} - \frac{\beta}{\beta + \frac{R_r}{\delta}}. \quad (4.63)$$

Hier wird deutlich, dass die bekannte Funktion aus Abbildung 3.5 durch eine verlustfreie Lastanpassung tatsächlich nur entlang der R_r -Achse verschoben wird. Abbildung 4.20 verdeutlicht diese Verschiebung bei einem Übertragungssystem mit einer beliebig angenommenen Übertragungsgüte von $Q_k = 10$.

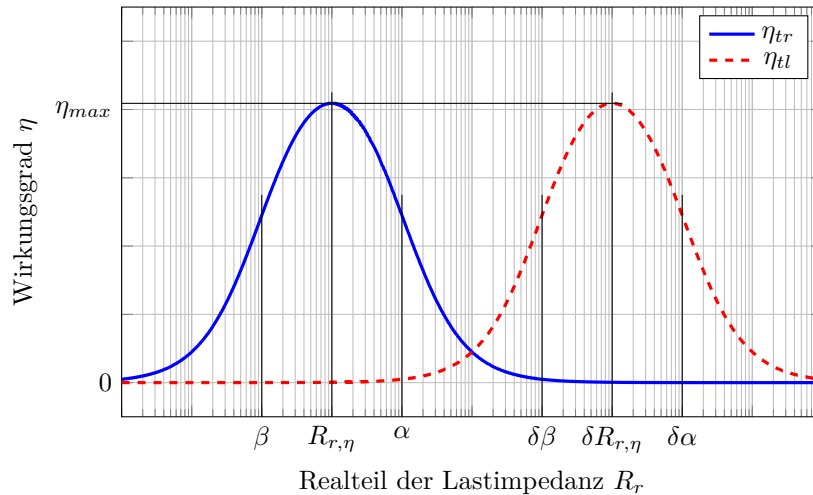


Abbildung 4.20.: Verschiebung des Wirkungsgrades durch eine Lastanpassung, aufgetragen über einem variablen Realteil der Lastimpedanz

Die beiden Kurven haben exakt den gleichen Verlauf, wenngleich sie auf der Achse des Realteils der Lastimpedanz zueinander verschoben sind. Zusammenfassend hat sowohl eine Quell- als auch eine Lastanpassung keinen Einfluss auf Übertragungsgüte und Übertragungsbandbreite. Lediglich der Lastwiderstand, welcher zu einem hohen Wirkungsgrad führt, wird verschoben. Diese Verschiebung wurde bereits in den Abschnitten 4.2 zur Anpassung des tatsächlichen Lastwiderstandes R_l an den optimalen Lastwiderstand $R_{r,\eta}$ genutzt.

Zur Vervollständigung sei an dieser Stelle noch erwähnt, dass sich der gleiche Beweis auch mit einer verlustfreien und reziproken Admittanzmatrix [45, 46] statt der Impedanzmatrix (4.52) führen lässt. Hier unterscheidet sich lediglich der Faktor δ aus (4.60). Diese zusätzliche Beweisführung unterstreicht, dass reziproke und verlustfreie Lastanpassungsnetzwerke keinen Einfluss auf die Übertragungsgüte und damit verbunden auch auf die Übertragungsbandbreite haben.

4.5. Anwendungsbeispiele

Die vorangegangenen Möglichkeiten der Anpassung sollen in den folgenden Abschnitten anhand einiger Beispiele vorgestellt werden. Zu Beginn werden Anpassungen an

dem induktiven und dem kapazitiven Beispielsystem aus Anhang A vorgestellt. Um einen Vergleich mit den Anwendungsbeispielen des vorangegangenen Kapitels 3.4 zu ermöglichen, wird auch hier eine Leistung von 10 W übertragen. Die Quellen soll per Definition eine sinusförmige Spannung mit einer Amplitude von $|\mathbf{V}_d| = 10 \text{ V}$ oder einen sinusförmigen Strom mit einer Amplitude von $|\mathbf{I}_d| = 1 \text{ A}$ liefern. Die Frequenz beträgt in beiden Fällen 150 kHz. Bei dem Beispiel zur Lastanpassung wird das Übertragungssystem an einen ohmschen Lastwiderstand von $R_l = 20 \Omega$ angepasst.

In einem letzten Beispiel wird erneut das Mehrspulensystem aus den vorangegangenen Anwendungsbeispielen 3.4.2 aufgegriffen und geprüft, welche Wirkung die zusätzlichen Spulen am Ein- und Ausgang auf die Übertragung der Energie haben.

Die in den Ersatzschaltbildern angegebenen Spannungen und Ströme sind jeweils Amplituden einer sinusförmigen Größe.

4.5.1. Übertragungssystemanpassung

Abschnitt 4.1 hat gezeigt, dass zur direkten Anpassung des Übertragungssystems mehrere Erfahrungswerte nötig sind. Diese können zum Beispiel aus einer vorangegangenen Messung eines Vergleichssystems entsprechend Anhang B.1 ermittelt werden. In diesem Anwendungsbeispiel soll das im Anhang beschriebene induktive System A.1 als Vergleichssystem dienen. Bei den angegebenen Induktivitäten wird zur Verdeutlichung die gleiche Nomenklatur wie in Anhang A.1 gewählt.

Aus der ermittelten Impedanzmatrix des induktiven Beispielsystems (A.35) folgen die nötigen Erfahrungswerte $Q_{tt} = Q_{rr} = 10.42$ sowie $k_X = 0.68$ und $k_R = 0$. Mit diesen Werten lässt sich mit (4.6) auch die Übertragungsgüte zu dem bekannten Wert von $Q_k = 7.14$ bestimmen. Diese Größen sind zur Lösung von (4.12) und (4.13) nötig. Es folgen $X_{rr} = 29.17 \Omega$ und $X_{tt} = 12.37 \Omega$, woraus sich bei der definierten Frequenz von 150 kHz die Induktivitäten $L_t = 13.12 \mu\text{H}$ und $L_r = 30.95 \mu\text{H}$ ergeben.

Mit X_{tt} und X_{rr} folgen aus (4.2) und (4.3) die Verlustwiderstände $R_{tt} = 1.19 \Omega$ und $R_{rr} = 2.8 \Omega$ und in Verbindung mit (4.4) und (4.5) auch die Impedanz $\mathbf{Z}_{tr} = j12.895 \Omega$. Diese Impedanz entspricht bei 150 kHz einer Gegeninduktivität von $M = 13.68 \mu\text{H}$.

Mit diesen neuen Werten müssen zum Schluss die optimale Last- sowie Quellreaktanz ermittelt werden. Aus (3.13) folgt eine Lastreaktanz von -29.17Ω , was bei 150 kHz einer Kapazität von 36.37 nF entspricht. Aus (3.54) folgt weiter eine Quellreaktanz von -18.18Ω , welche durch einen Kondensator mit der Kapazität 58.36 nF realisierbar ist.

Aus diesen Ergebnissen lässt sich Abbildung 4.21 zeichnen. Es wird deutlich, dass mit den Induktivitäten auch das Windungsverhältnis des neuen Systems an die definierten Bedingungen angepasst wurde.

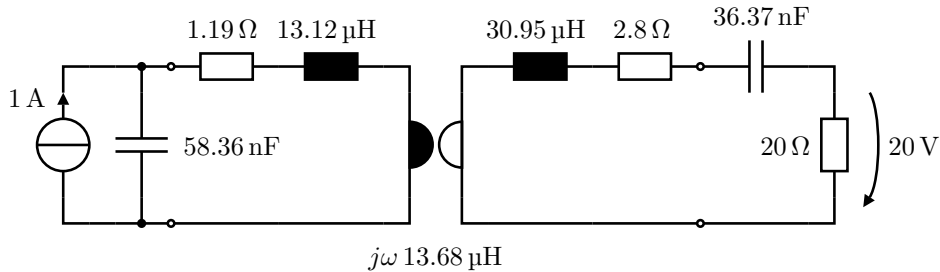


Abbildung 4.21.: Anwendungsbeispiel zur Übertragungssystemanpassung

Die Güten der Induktivitäten (4.2) und (4.3), die Kopplungsfaktoren (4.4) sowie (4.5) und somit nach (4.6) auch die Übertragungsgüte bleiben im Vergleich zu dem Anwendungsbeispiel Abbildung 3.16 auf Seite 51 erhalten. Demzufolge ist auch der Wirkungsgrad beider Systeme identisch.

4.5.2. Lastanpassung

Wie zu Beginn dieses Kapitels dargestellt, ist die Anpassung des Übertragungssystems konstruktionsbedingt nicht in allen Fällen möglich. Dies gilt auch für das kapazitive Beispielsystem A.2. Durch die Vorgabe der Elektrodenfläche, des Abstandes und des Dielektrikums besteht keine Möglichkeit, das Übertragungssystem an die Quelle oder die Last anzupassen. Ist der tatsächliche Lastwiderstand, wie in dem hier gezeigten Fall, mit $20\ \Omega$ ungleich der bereits aus Anwendungsbeispiel 3.17 auf Seite 52 bekannten optimalen Last, ist zur Maximierung des Wirkungsgrades eine Lastanpassung entsprechend Abschnitt 4.2 unumgänglich.

Soll bei dem kapazitiven Beispielsystem der Lastwiderstand anhand der vorgestellten gyratorischen Parallellastanpassung mittels T -Netzwerk zu der optimalen Lastimpedanz transformiert werden, folgen aus der Systemmatrix (A.77) oder Abbildung 3.17 mit (3.13), (3.15) sowie (4.32) aufgrund der nötigen Fallunterscheidung sofort die beiden gleichwertigen Synthesevektoren

$$\vec{Z}_{T_1} = \begin{bmatrix} -j2.34 \\ j2.34 \\ -j2.35 \end{bmatrix} \text{ k}\Omega \quad (4.64)$$

und

$$\vec{Z}_{T_2} = \begin{bmatrix} j2.34 \\ -j2.34 \\ j2.33 \end{bmatrix} \text{ k}\Omega . \quad (4.65)$$

Mit diesen Vektoren sind zwei Anpassungsnetzwerke gegeben, welche bei der betrachteten Frequenz den tatsächlichen Lastwiderstand von 20Ω zur optimalen Lastimpedanz $Z_{r,\eta}$ transformieren. Aus (4.64) können beispielsweise zur praktischen Realisierung die nötigen Bauelemente zu 453.6 pF , 2.48 mH und 452.14 pF errechnet werden, mit welchen nach dem Vergleich mit Anhang B.2.1 sowie der Erweiterung der bekannten Abbildung 3.17 durch ein zusätzliches T -Netzwerk am Ausgang, Abbildung 4.22 angegeben werden kann.

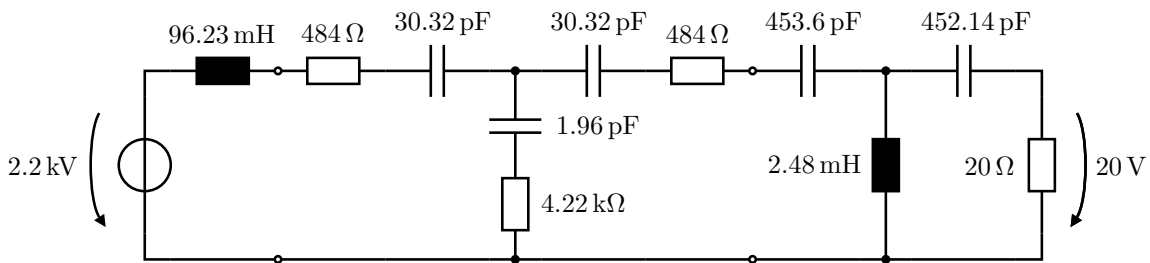


Abbildung 4.22.: Anwendungsbeispiel zur gyratorischen Parallellastanpassung beim kapazitiven Beispielsystem

Auch wenn die direkte Anpassung des Übertragungssystems bei dem induktiven Beispielsystem gemäß Abschnitt 4.5.1 zwar möglich ist, soll in einem zweiten Schritt dennoch der gleiche Lastwiderstand, ebenfalls durch eine gyratorische Parallellastanpassung mittels T -Netzwerk, zu der optimalen Lastimpedanz transformiert werden. Mit der gleichen Herangehensweise wie zuvor folgen im Fall des induktiven Beispielsystems die beiden gleichwertigen Synthesvektoren

$$\vec{Z}_{T_1} = \begin{bmatrix} -j2.32 \\ j2.32 \\ j26.85 \end{bmatrix} \Omega \quad (4.66)$$

und

$$\vec{Z}_{T_2} = \begin{bmatrix} j2.32 \\ -j2.32 \\ j31.38 \end{bmatrix} \Omega , \quad (4.67)$$

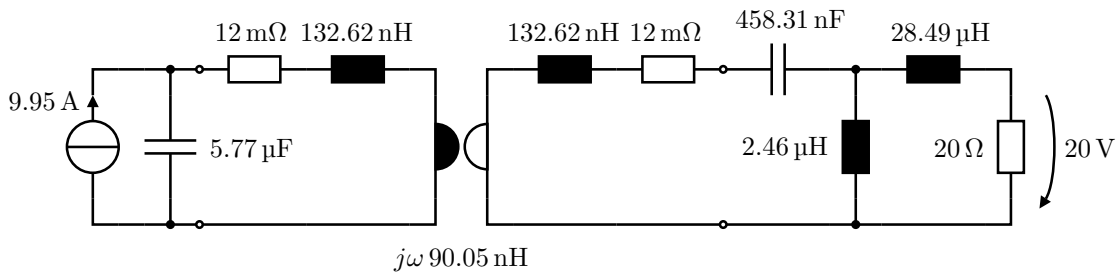


Abbildung 4.23.: Anwendungsbeispiel zur gyratorischen Parallellastanpassung beim induktiven Beispielsystem

woraus, am Beispiel von (4.66), zur praktischen Realisierung die nötigen Bauelemente zu 458.31 nF, 2.46 μ H und 28.49 μ H errechnet werden können. Es lässt sich Abbildung 4.23 zeichnen.

Die Anwendungsbeispiele aus Abbildung 4.22 und 4.23 erfüllen die geforderten Bedingungen und speisen durch das jeweils vorgegebene Übertragungssystem eine Leistung von 10 W in einen ohmschen Widerstand von 20 Ω ein. Der Wirkungsgrad entspricht in beiden Fällen dem bereits aus Abschnitt 3.4 bekannten Maximum von 99.2% bei dem kapazitiven Beispielsystem und 75.39% bei dem induktiven Beispielsystem.

Wie auch bei den Anwendungsbeispielen des vorangegangenen Kapitels 3.4 soll zur Vervollständigung noch die Spannung an den Ausgangsklemmen des Übertragungssystems bestimmt werden. Da diese Spannung gleich der Eingangsspannung des jeweiligen Anpassungsnetzwerks ist, kann im Fall des kapazitiven Beispielsystems aus (4.64) auf einfache Weise die Amplitude zu 2.34 kV berechnet werden. Demzufolge ist die Spannung an den Ausgangsklemmen des Übertragungssystems deutlich größer als die Spannung am Lastwiderstand. Anders verhält es sich bei dem induktiven Beispielsystem. In gleicher Weise kann mit (4.66) die Amplitude der Spannung an den Ausgangsklemmen des Übertragungssystems zu 2.32 V bestimmt werden. Diese Spannung ist kleiner als die Spannung am Lastwiderstand. Beide Amplituden stimmen erwartungsgemäß mit den bereits im Abschnitt 3.4 ermittelten Werten überein.

4.5.3. Quellenanpassung

Zur Übertragung einer Leistung von 10 W ist im Fall der Spannungsspeisung des kapazitiven Beispielsystems in Abbildung 3.17 eine Spannung mit einer Amplitude von 2.2 kV nötig. Dieses Anwendungsbeispiel soll zeigen, wie es mittels Quellenanpassung möglich ist, mit dem gleichen Übertragungssystem eine identische Leistung mit einer beliebigen Spannungsquelle zu übertragen. Die Beispiele gehen davon aus, dass die gegebene Spannungsquelle eine Amplitude von 10 V aufweist.

Das einführende Anwendungsbeispiel zur kapazitiven Kopplung Abbildung 3.17 auf Seite 52 ging davon aus, dass das Übertragungssystem mit einer Spannungsquelle gespeist wird. Soll das Übertragungssystem nach einer Anpassung an eine andere Quelle ein identisches Übertragungsverhalten zeigen, muss auch der Ausgang des Anpassungsnetzwerks das Verhalten einer Spannungsquelle zeigen. Da per Definition davon ausgegangen wird, dass die speisende Quelle ebenfalls eine Spannungsquelle ist, ist eine Anpassung entsprechend der transformatorischen Spannungspeisung aus Abschnitt 4.3.1 nötig. Durch die Wahl dieses Anpassungsnetzwerks wird die konstante Eingangsspannung zu einer konstanten Ausgangsspannung transformiert. Diese Anpassung ist nach Abschnitt 4.3.1 nur durch ein Π -Netzwerk möglich.

Das Übertragungssystem ist am Ausgang mit der optimalen Lastimpedanz $Z_{r,\eta}$ belastet. Mit (3.41), (3.51) und (3.52) sind die Amplitude der Eingangsspannung V_t' sowie die Quellreaktanz X_t' bekannt, welche zum Übertragen der geforderten Leistung nötig sind. Mit diesen Größen lassen sich mit der Vorgabe $|\mathbf{V}_d| = 10V$ mit (4.37) das nötige Übersetzungsverhältnis und mit (4.36) auch die, je nach Vorzeichen des Übersetzungsverhältnisses, möglichen Synthesevektoren zu

$$\vec{\mathbf{Z}}_{\Pi} = \begin{bmatrix} j1.89 \\ j413.07 \\ -j414.96 \end{bmatrix} \Omega \quad (4.68)$$

und

$$\vec{\mathbf{Z}}_{\Pi} = \begin{bmatrix} j1.87 \\ -j413.07 \\ j411.19 \end{bmatrix} \Omega \quad (4.69)$$

bestimmen. Das Vorzeichen des Übersetzungsverhältnisses hat lediglich einen Einfluss auf die Phasenbeziehung zwischen der Ein- und der Ausgangsspannung des Anpassungsnetzwerks.

Wird der Vektor (4.69) gewählt, folgen zur praktischen Realisierung die Bauelemente $1.99 \mu\text{H}$, 2.57 nF und $436.29 \mu\text{H}$, mit welchen nach dem Vergleich mit Anhang B.2.2 aus der bekannten Abbildung 3.17 das angepasste Netzwerk in Abbildung 4.24 gezeichnet werden kann.

Das einführende Anwendungsbeispiel zur induktiven Kopplung Abbildung 3.16 auf Seite 51 ging im Gegensatz zu der kapazitiven Kopplung davon aus, dass das Übertragungssystem mit einer Stromquelle gespeist wird. Soll auch hier nach einer Quellenanpassung mit konstanter Eingangsspannung das gleiche Systemverhalten vorliegen, ist eine Anpassung entsprechend der gyratorischen Stromspeisung aus Abschnitt 4.3.4 nötig. Durch die Wahl dieses Anpassungsnetzwerks wird die konstante Eingangsspannung zu

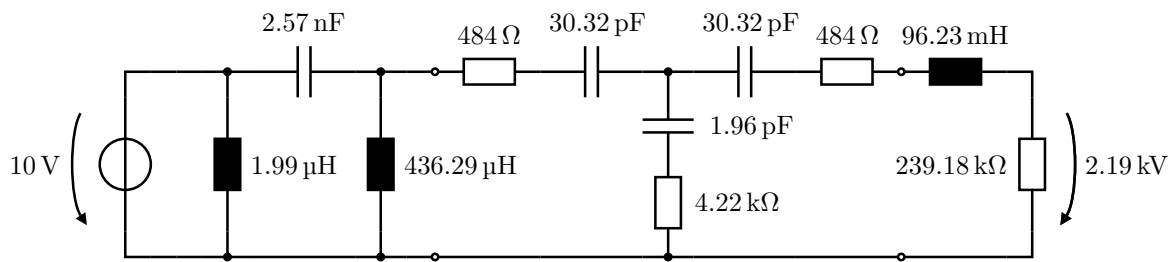


Abbildung 4.24.: Anwendungsbeispiel zur transformatorischen Spannungsspeisung beim kapazitiven Beispielsystem

einem konstanten Ausgangsstrom transformiert. Auch hier soll die Anpassung durch ein Π -Netzwerk erfolgen.

Auch dieses Übertragungssystem ist am Ausgang mit der optimalen Lastimpedanz $Z_{r,\eta}$ belastet. Aus (3.40) und (3.41) folgt mit (3.54) und (3.55) die Quellreaktanz der Stromquelle X'_t sowie die Amplitude des benötigten Eingangsstroms I'_t . Diese Größen sind bereits aus Abbildung 3.16 bekannt. Unter Verwendung von (4.47) folgt des Weiteren die benötigte Gyratorimpedanz, welche mit den bereits ermittelten Werten durch (4.50) die Bestimmung der Synthesevektoren zulässt. Es folgen

$$\vec{Z}_{\Pi} = \begin{bmatrix} j1.01 \\ -j1.01 \\ -j0.23 \end{bmatrix} \Omega \quad (4.70)$$

und

$$\vec{Z}_{\Pi} = \begin{bmatrix} -j1.01 \\ j1.01 \\ -j0.16 \end{bmatrix} \Omega. \quad (4.71)$$

Das Anpassungsnetzwerk der Quelle soll in diesem Fall durch den Vektor (4.70) erfolgen, aus welchem zur praktischen Realisierung bei der gegebenen Frequenz von 150 kHz die Bauelemente 1.07 μH , 1.06 μF und 4.72 μF ermittelt werden können. Diese sind in Abbildung 4.25 berücksichtigt.

Die Anwendungsbeispiele 4.24 und 4.25 erfüllen beide die geforderten Bedingungen und übertragen trotz Speisung durch eine beliebig vorgegebene Quelle eine Wirkleistung von 10 W in den Realteil der jeweilig optimalen Lastimpedanz. Der Wirkungsgrad nimmt in beiden Fällen das bereits bekannte Maximum von 99.2% für das kapazitive Beispielsystem und 75.39% für das induktive Beispielsystem an.

Auch hier soll zur Vervollständigung die Spannung an den Eingangsklemmen des Übertragungssystems bestimmt werden. Da beide Übertragungssysteme mit optimaler Lastimpedanz $Z_{r,\eta}$ abgeschlossen sind, kann diese Spannung auf einfache Weise aus (3.40)

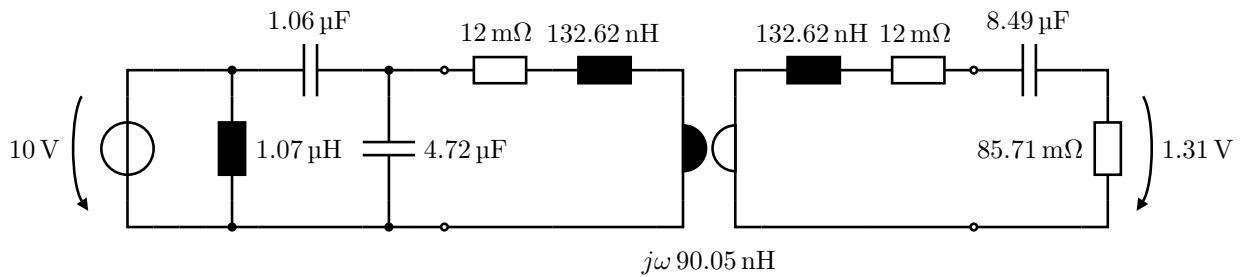


Abbildung 4.25.: Anwendungsbeispiel zur transformatorischen Spannungsspeisung beim induktiven Beispielsystem

und (3.41) und den jeweiligen Synthesevektoren (4.68) respektive (4.70) ermittelt werden. Im Fall des kapazitiven Beispielsystems lässt sich an den Eingangsklemmen eine Spannung mit einer Amplitude von 2.35 kV ermitteln. Diese Spannung ist deutlich größer als die Spannung der speisenden Quelle. Bei dem induktiven Beispielsystem lässt sich im Vergleich dazu eine Spannung mit einer Amplitude von 2.67 V bestimmen. Diese Spannung ist kleiner als die Spannung der speisenden Quelle. Erwartungsgemäß stimmen die auf diese Weise ermittelten Amplituden mit den bereits im Abschnitt 3.4 ermittelten Amplituden überein.

4.5.4. Mehrspulensystem

Die nachfolgende Betrachtung lässt sich prinzipiell auf Systeme mit einer beliebigen Anzahl von gekoppelten Induktivitäten anwenden. So kann zum Beispiel auch ein System mit drei gekoppelten Induktivitäten [28] beschrieben werden. Das hier dargestellte Anwendungsbeispiel geht von dem weit verbreiteten Übertragungssystem mit vier gekoppelten Induktivitäten aus. Es ist bereits aus Abschnitt 3.4.2 bekannt.

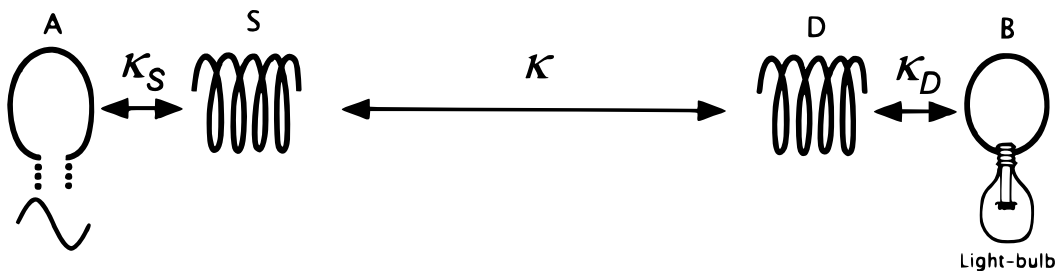


Abbildung 4.26.: Aus Abbildung 3.18 bekannte Darstellung eines Übertragungssystems mit vier gekoppelten Induktivitäten, Quelle: [31]

Abbildung 4.26 zeigt eine Anordnung von vier gekoppelten Spulen, welche in vielen Veröffentlichungen zur induktiven Energieübertragung genutzt wird [28, 52, 53, 54]. Diese Veröffentlichungen gehen meist davon aus, dass zwischen den vier Induktivitäten lediglich drei Kopplungsfaktoren vorhanden sind [52]. So ist zum Beispiel in Abbildung 4.26 näherungsweise keine Kopplung zwischen den Induktivitäten L_A und L_D , L_A und L_B sowie L_S und L_B vorhanden. Durch diese Annahme lässt sich für den verlustlosen Fall analog zu den bekannten Transformatorgleichungen (A.25) für sinusförmige Größen unter der Verwendung der Nomenklatur aus [31] das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_A \\ \mathbf{V}_S \\ \mathbf{V}_D \\ \mathbf{V}_B \end{bmatrix} = j\omega \begin{bmatrix} L_A & \kappa_S \sqrt{L_A L_S} & 0 & 0 \\ \kappa_S \sqrt{L_A L_S} & L_S & \kappa \sqrt{L_S L_D} & 0 \\ 0 & \kappa \sqrt{L_S L_D} & L_D & \kappa_D \sqrt{L_D L_B} \\ 0 & 0 & \kappa_D \sqrt{L_D L_B} & L_B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_A \\ \mathbf{I}_S \\ \mathbf{I}_D \\ \mathbf{I}_B \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

aufstellen. Werden nach einer Umstellung von (A.22) zur Vereinfachung Gegeninduktivitäten zu

$$M_S = \kappa_S \sqrt{L_A L_S}, \quad (4.73)$$

$$M = \kappa \sqrt{L_S L_D} \quad (4.74)$$

und

$$M_D = \kappa_D \sqrt{L_D L_B} \quad (4.75)$$

definiert, lässt sich aus (4.72) das Ersatzschaltbild 4.27 ableiten.

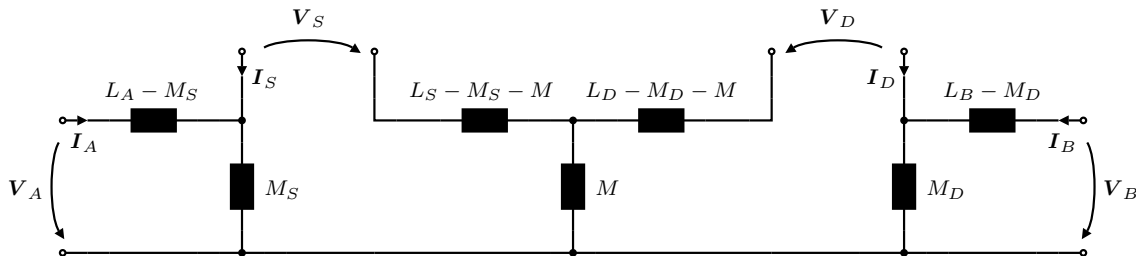


Abbildung 4.27.: Induktives Modell der vereinfachten Transformatorgleichungen (4.72)

Aus den genannten Veröffentlichungen oder Abbildung 3.19 ist bekannt, dass die inneren Induktivitäten lediglich mit jeweils einem Resonanzkondensator beschaltet werden. Demzufolge können die Klemmenpaare an \mathbf{V}_S und \mathbf{V}_D jeweils mit einem Resonanzkondensator C_S und C_D abgeschlossen werden. Zusätzlich ist bekannt, dass sowohl die Einkopplung als auch die Auskopplung durch jeweils einen Resonanzkondensator C_A und C_B erfolgen.

Aus (3.81) ist die Kettenmatrix des Komplexen Gyrotors bekannt. Wird diese Matrix durch den Vektor (B.21) zu einem T -Netzwerk synthetisiert, folgt Abbildung 4.28(b). Demzufolge kann der Komplex Gyrotor durch ein T -Netzwerk mit einer Querimpedanz

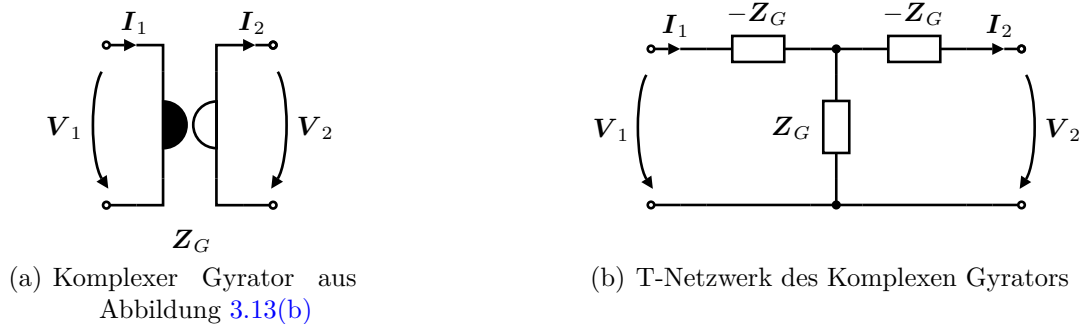


Abbildung 4.28.: Synthetisierung des Komplexen Gyrotors zu einem T -Netzwerk

entsprechend der Gyrotorimpedanz und zwei identischen Längsimpedanzen gemäß der Negation der Gyrotorimpedanz dargestellt werden. Dieser Zusammenhang lässt es zum Beispiel auch zu, dass nach der Zerlegung der beiden Längsimpedanzen in Abbildung 3.2 in jeweils eine Reihenschaltung aus zwei Teilimpedanzen, die direkte Überführung des allgemeinen Übertragungssystems in das neue Ersatzschaltbild 3.14(a) möglich ist. Ähnliches ist auch in Abbildung 4.27 möglich. Werden hier die angegebenen Gegeninduktivitäten M_S , M und M_D als Gyrotorimpedanzen aufgefasst und werden zusätzlich aus den Längsinduktivitäten die nötigen Negationen der Gyrotorimpedanzen extrahiert, folgt nach Berücksichtigung der Resonanzkondensatoren das Ersatzschaltbild 4.29.

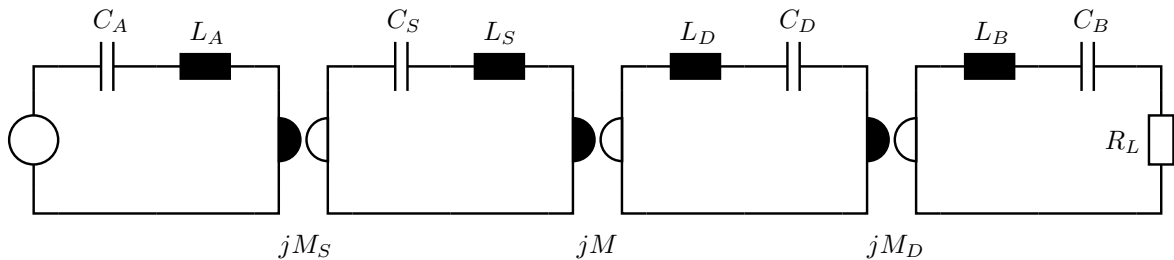


Abbildung 4.29.: Übertragungssystem mit vier gekoppelten Induktivitäten 3.19 dargestellt mit drei Komplexen Gyrotoren

Die Kapazitäten C_A und C_B werden im Allgemeinen so gewählt, dass sie mit den Induktivitäten L_A respektive L_B einen Serienresonanzkreis bilden [52]. Da die Gesamtimpedanz eines Serienschwingkreises bei Anregung mit Resonanzfrequenz gegen Null sinkt, kann die Reihenschaltung von C_A und L_A beziehungsweise L_B und C_B als direkte Verbindung aufgefasst werden. Überdies hinaus zeigt der Vergleich zwischen dem

inneren Komplexen Gyrator und dem bekannten Ersatzschaltbild 3.14(a), dass dieser Gyrator in Verbindung mit den Induktivitäten L_S und L_D dem Ersatzschaltbild der verlustfreien induktiven Kopplung zwischen den beiden inneren Induktivitäten der Abbildung 4.27 entspricht.

Diese Überlegungen haben zur Folge, dass die Kapazität C_S zusammen mit dem linken Gyrator formal als Quellenanpassungsnetzwerk entsprechend Abbildung 4.16 und die Kapazität C_D mit dem rechten Gyrator formal als Lastanpassungsnetzwerk entsprechend 4.9 aufgefasst werden können. An diesem Punkt wird sehr deutlich, dass das Übertragungssystem mit vier gekoppelten Induktivitäten, unter Berücksichtigung aller Vereinfachungen, keine Verbesserung des Wirkungsgrades gegenüber des Übertragungssystems mit zwei gekoppelten Induktivitäten liefern kann. Es wurde lediglich eine weitere Möglichkeit der Quell- und Lastanpassung gefunden.

Um nun ein identisches Übertragungsverhalten wie Abbildung 4.29 mit lediglich zwei Induktivitäten zu schaffen, muss die Anregung der Induktivitäten L_S durch eine gyratorische Spannungspeisung 4.3.2 und die Auskopplung aus L_D durch eine gyratorische Reihenlastanpassung 4.2.2 erfolgen.

Die vorangegangene Betrachtung des verlustlosen Systems hat gezeigt, dass die gleichen Übertragungseigenschaften eines Übertragungssystems aus vier gekoppelten Induktivitäten auch mit einem Übertragungssystem aus lediglich zwei gekoppelten Induktivitäten hergestellt werden können. In einem gesonderten Schritt müsste zusätzlich die Situation nach Berücksichtigung von Verlustwiderständen überprüft werden. Diese Überprüfung soll jedoch nicht Bestandteil dieser Arbeit sein.

Erwähnenswert ist, dass mit Abbildung 4.29 ein Vorteil des Komplexen Gyrtors besonders deutlich wird. Bei verlustloser Betrachtung ist sofort ersichtlich, dass im Fall der Serienresonanz von L_S und C_S sowie L_B und C_B , das System bei Stromspeisung eine lastunabhängige Ausgangsspannung liefern wird. Der konstante Eingangsstrom führt am Ausgang des ersten Komplexen Gyrtors nach (3.75) zu einer konstanten Spannung. Ist die Induktivität L_S kompensiert, ist diese Spannung gleichzeitig die konstante Eingangsspannung des mittleren Gyrtors, welcher nach (3.74) am Ausgang einen konstanten Ausgangsstrom liefert. Dieser konstante Strom führt als Eingangsstrom des letzten Gyrtors letztendlich zu einer konstanten Ausgangsspannung. Alternative Ersatzschaltbilder verdeutlichen diesen Sachverhalt weniger offensichtlich.

5. Zusammenfassung und Ausblick

Kapitel 3 hat neben der gewählten Beschreibungform und möglichen Ersatzschaltbildern gezeigt, dass zur Übertragung einer maximaler Leistung mit gleichzeitig maximalem Wirkungsgrad, bestimmte Anforderungen an die Außenbeschaltung eines Übertragungssystems gestellt werden. So zeigte sich, dass zur Herstellung eines hohen Wirkungsgrades eine geeignete Lastimpedanz an den Ausgangsklemmen des Übertragungssystems nötig ist. Diese Impedanz konnte zu $Z_{r,\eta}$ entsprechend (3.16) bestimmt werden. Gleichzeitig zeigte sich, dass zur Übertragung einer hohen Wirkleistung, eine Spannungsquelle mit einer Quellreaktanz von 3.51 oder eine Stromquelle mit einer Quellreaktanz von 3.54 nötig sind.

Nachdem die erforderliche Außenbeschaltung des Übertragungssystems bekannt war, gleichzeitig aber festgestellt werden konnte, dass diese in der praktischen Umsetzung nicht unter allen Umständen realisierbar ist, stellte das Kapitel 4 eine Möglichkeit der Anpassung vor. Hier wurde die direkte Anpassung des Übertragungssystems an eine Quelle und einen Lastwiderstand, aber auch die indirekte Anpassung durch zusätzliche Anpassungsnetzwerke, vorgestellt. Damit wurde es möglich, jedes beliebige Übertragungssystem im Nahfeld durch eine beliebigen Quelle zu speisen und gleichzeitig eine gewünschte Leistung mit maximalem Wirkungsgrad zu einem beliebigen Empfängerwiderstand zu übertragen.

Im Abschnitt 3.3.2 wurde ein neues Ersatzschaltbild des Übertragungssystems mit einem Komplexen Gyrator vorgestellt. Mit diesem wurde anhand des Beispiels in Abbildung 3.15 deutlich, dass ein Übertragungssystem welches mit einer Impedanz mit der optimalen Lastreaktanz $X_{r,\eta}$ (3.13) und gleichzeitig mit einer Quellreaktanz entsprechend (3.51) beschaltet ist, näherungsweise die Übertragungseigenschaften eines Komplexen Gyrtors aufweist. Ist demzufolge eine Energieübertragung mit einer näherungsweise konstanten und lastunabhängigen Ausgangsspannung gefordert, ist eine Speisung des Übertragungssystems durch einen konstanten Strom nötig. An diesem Punkt gewinnen die unterschiedlichen Anpassungsnetzwerke in den Abschnitten 4.2 und 4.3 an Bedeutung. Ist nämlich zur Speisung des Übertragungssystem ein konstanter Strom nötig und ist gleichzeitig nur eine Spannungsquelle verfügbar, kann dies durch eine Quellenanpassung entsprechend einer gyratorischen Stromspeisung aus Abschnitt 4.3.4 korrigiert werden. Dieses Anpassungsnetzwerk transformiert die konstante Spannungsquelle zu einem konstanten Strom, welcher dann zur Speisung des

Übertragungssystemen dienen kann. Ist zusätzlich eine Anpassung der Last nötig und soll auch die Spannung an dieser näherungsweise konstant und lastunabhängig sein, ist mit der gewählten Quellenanpassung eine transformatorische Reihenlastanpassung nach Abschnitt 4.2.1 nötig. So kann gewährleistet werden, dass die nun vergleichsweise konstante Ausgangsspannung des Übertragungssystems auch eine näherungsweise konstante und lastunabhängige Spannung am Lastwiderstand zur Folge hat.

Nach diesen Überlegungen sind auch alternative Beschaltungen des Übertragungssystems möglich, welche ein ähnliches Übertragungsverhalten realisiert. Wird zum Beispiel an den Eingangsklemmen die Anpassung durch eine transformatorische Spannungsspeisung und an den Ausgangsklemmen die gyratorische Reihenlastanpassung gewählt, hat eine konstante Eingangsspannung ebenfalls eine konstante und lastunabhängige Spannung am Lastwiderstand zur Folge. Insgesamt wurden zwölf mögliche Lastanpassungsnetzwerke und zwölf mögliche Quellenanpassungsnetzwerke vorgestellt. Diese haben zur Folge, dass daraus insgesamt 144 unterschiedliche Arten der Anpassung eines Übertragungssystems möglich werden. Die Unterscheidung dieser vielen Beschaltungsvarianten soll Bestandteil einer weiterführenden Arbeit sein.

Die im Anhang B.2 vorgestellten Synthesevektoren zur praktischen Realisierung der Anpassungsnetzwerke sollen lediglich als mögliche Lösung verstanden werden. Überdies hinaus sind viele weitere Netzwerke denkbar, welche ein identisches Klemmenverhalten aufweisen. Muss zum Beispiel ein Anpassungsnetzwerk eine geringe Eingangsspannung zu einer großen Ausgangsspannung wandeln, sind mit den gezeigten Synthesevektoren zur Spannungserhöhung Resonanzkreise hoher Güte notwendig. Da diese hohe Güte meist nur eine geringe Toleranz der Bauteile zulässt, lassen sich praxistauglichere Anpassungsnetzwerke mit gekoppelte Induktivitäten zur Spannungserhöhung finden. Hier wirken sich dann Toleranzen der Schwingkreise weniger deutlich aus. Auch dieser Sachverhalt soll an anderer Stelle tiefgründiger untersucht werden.

Die praktische Realisierung von Netzwerken und Übertragungssystemen ist immer toleranzbehaftet. Ist eine konstante Ausgangsgröße gefordert, macht dies in vielen Fällen eine Regelung unumgänglich. Zur Regelung ist im Allgemeinen eine Regelschleife und damit eine Rückführung vom Leistungsempfänger zum Leistungssender nötig. Sie kann auf unterschiedlichste Arten erfolgen. So ist zum Beispiel ein zusätzlicher Übertragungskanal im Nah- oder Fernfeld, aber auch eine Modulation des Übertragungssystems selbst möglich. Nachfolgend wird davon ausgegangen, dass eine beliebig geartete Rückführung vorhanden ist.

Um nun eine Energieübertragung mit gleichzeitig maximalem Wirkungsgrad zu gewährleisten, könnte eine Regelung nach dem in Abbildung 5.1 skizzierten zweistufigen Verfahren konzipiert werden. Zur Veranschaulichung wird davon ausgegangen, dass der Verlustwiderstand R_{tr} der Querimpedanz Z_{tr} in Abbildung 3.2 vernachlässigt werden kann.

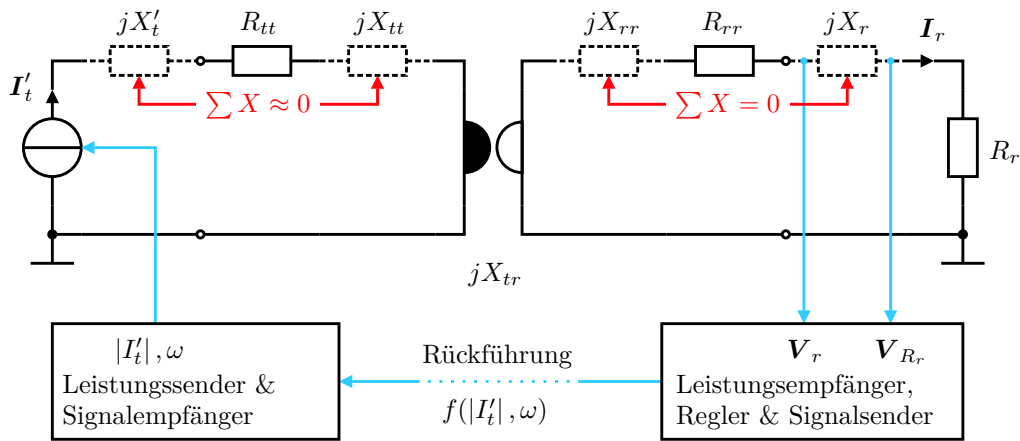


Abbildung 5.1.: Mögliches Regelungsmodell

Im Abschnitt 3 wurde in (3.13) die zur Maximierung des Wirkungsgrades nötige Reaktanz der Lastimpedanz X_r ermittelt. Unter der Bedingung $R_{tr} = 0$ entsprach diese dem Wert $-X_{rr}$. Um diese Bedingung nun auch mit berücksichtigten Toleranzen der Bauelemente zu erfüllen, erscheint hier eine Regelung sinnvoll. Geht man davon aus, dass das Übertragungssystem durch einen konstanten Strom gespeist wird, ist die Spannung am Ausgang des Komplexen Gytrators konstant. Geht man weiter davon aus, dass die Reaktanz X_r so dimensioniert ist, dass sie über der Frequenz ein umgekehrt proportionales Verhalten im Vergleich zur Reaktanz X_{rr} aufweist, existiert eine Frequenz, bei welcher die Beträge der beiden Reaktanzen gleich sind. In diesem Punkt sind die beiden Reaktanzen in Resonanz, die Bedingung $X_r = -X_{rr}$ erfüllt und die Spannung über der Einzelreaktanz hat ein Maximum. Wird nun ein Regler so ausgelegt, dass er dieses Maximum mit der Frequenz als Stellgröße einstellt, kann gewährleistet werden, dass der zum Erreichen des maximal möglichen Wirkungsgrades benötigte Imaginärteil auch tatsächlich vorhanden ist.

In diesem Arbeitspunkt stellt sich der günstige Zustand ein, bei welchem die Ausgangsspannung des Komplexen Gytrators, lediglich durch den Verlustwiderstand verringert, am Lastwiderstand anliegt. Dies hat aufgrund der Stromspeisung zur Folge, dass die Spannung über dem Lastwiderstand R_r nur eine geringe Abhängigkeit vom Wert dieses Widerstandes vorzeigt. Soll diese Spannung jedoch auch bei variabler Last exakt einem vorgegebenen Wert entsprechen, kann dies durch eine zusätzliche übergeordnete Regelung ermöglicht werden. Diese Regelschleife nutzt die Amplitude des eingespeisten Stroms als Stellgröße. Aufgrund der Übertragungseigenschaften des Komplexen Gytrators ist nur eine geringfügige Änderung dieser Amplitude nötig. Diese gleicht lastabhängige Spannungsabfälle an dem Verlustwiderstand R_{rr} aus.

Die Serienreaktanz X_t' in Abbildung 5.1 hat die Aufgabe, die Spannung an der Stromquelle zu verringern und entspricht im Idealfall $-X_{tt}$. Aufgrund der Toleranzen kann

dies jedoch nur näherungsweise erfüllt werden. Aufgrund der Speisung durch einen Strom wird die Energieübertragung durch X'_t jedoch nicht beeinflusst.

Die Regelung des Übertragungssystems sowie die Rückführung sollen Bestandteil einer weiterführenden Arbeit sein. Hier sollte auch die Möglichkeit geprüft werden, neben der Frequenz und der Amplitude auch einen Phasenanschnitt oder eine Pulsweitenmodulation als Stellgröße zu nutzen.

A. Beispielsysteme

Zur Verdeutlichung der in den Abschnitten 3 und 4 gezeigten Beschreibungs- und Anpassungsformen, werden die Impedanzmatrizen (3.3) von einem induktiven und einem kapazitiven Übertragungssystem theoretisch hergeleitet. Zum besseren Vergleich nutzen beide Systeme die gleiche zur Energieübertragung nutzbare Fläche sowie eine identische Distanz zwischen Transmitter und Receiver. Hier wurde eine runde Fläche von $A_{ges} = 2000 \text{ mm}^2$ definiert, was einem Durchmesser von $d_{ges} = 50.46 \text{ mm}$ entspricht. Abbildung A.1 zeigt eine schematische Darstellung der beiden gewählten Beispielsysteme.

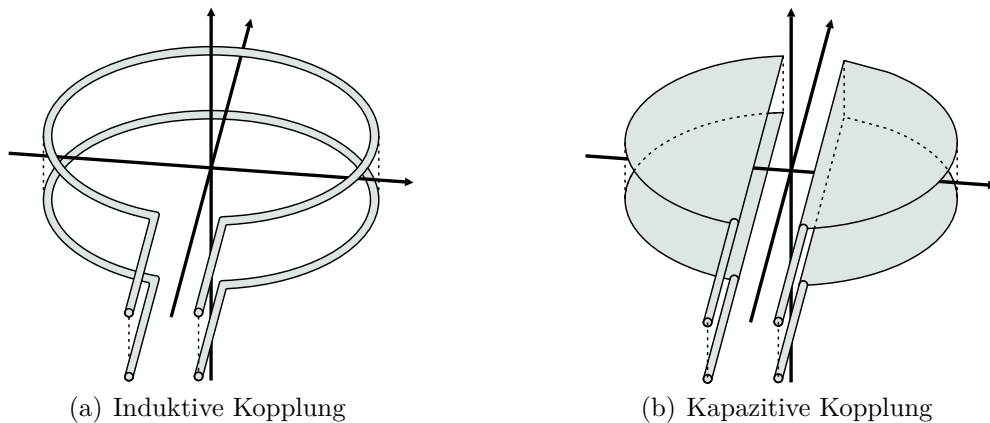


Abbildung A.1.: *Beispielsysteme zur induktiven und kapazitiven Nahfeldkopplung*

Der Transmitter und der Receiver sind sowohl bei dem induktiven System aus Abbildung A.1(a) als auch bei dem kapazitiven System aus Abbildung A.1(b) gleich aufgebaut.

Aus Abbildung A.1 sind bereits die ersten grundsätzlichen Unterschiede zwischen den beiden Übertragungsverfahren erkennbar. Bei der induktiven Energieübertragung handelt es sich um eine elektromagnetische Zusammenwirkung. Wie auch bei einem herkömmlichen festgekoppelten Transformator sind zur Energieübertragung zwei elektromagnetische Übergänge nötig. Der elektrische Strom wird transmitterseitig durch eine Leiterschleife in ein magnetisches Feld überführt. Dieses magnetische Feld wird

dazu genutzt in einer zweiten, entfernten Leiterschleife eine Spannung zu induzieren, welche dann receiverseitig als elektrische Energiequelle zur Verfügung steht. Da sowohl Transmitter als auch Receiver eine ruhende Position haben, sind Wechselgrößen nötig. Dies macht die Analyse etwas komplexer, bietet aber prinzipiell die Möglichkeit in die Umwandlung nach Abschnitt 4.1 einzugreifen, was eine Steuerung der Übertragungseigenschaften zulässt. Als Beispiel kann hier die Anpassung des Windungsverhältnisses zwischen den gekoppelten Wicklungen genannt werden. Bedingt durch die Quellenfreiheit des magnetischen Feldes kann jeweils die komplette zur Verfügung stehende Fläche für eine Windung beansprucht werden.

Anders verhält es sich bei der kapazitiven Energieübertragung. Diese Kopplung lässt sich auf lediglich elektrische Zusammenhänge zurückführen, was die Beschreibung dieser vereinfacht. Bedingt durch die Tatsache, dass die Impedanz eines Kondensators im Gleichstromfall gegen Unendlich steigt, sind zur Energieübertragung ebenfalls Wechselgrößen nötig. Bei vorgegebener Elektrodengröße sowie vorgegebenem Abstand und Dielektrikum bietet sie im Gegensatz zur induktiven Energieübertragung keine Steuermöglichkeit. Dies macht unter Umständen eine zusätzliche Transformation der Ein- oder Ausgangsgrößen nach den Abschnitten 4.2 und 4.3 nötig. Im Gegensatz zur induktiven Übertragung müssen bei der kapazitiven Variante beidseitig jeweils zwei Elektroden als Quelle und Senke in der zur Verfügung stehenden Fläche untergebracht werden. Da auch zwischen diesen beiden Elektroden eine parasitäre Kapazität wirkt, ist die Platzierung der beiden Elektroden entscheidend. Das gezeigte kapazitive System weist im Gegensatz zu dem induktiven System keine Rotationssymmetrie auf. Wird dies von der Anwendung gefordert, ist eine Anpassung der Elektroden zu einer coaxialen Anordnung denkbar.

Sowohl das induktive, als auch das kapazitive Beispielsystem in Abbildung A.1 stellen kein optimiertes System dar. Speziell im Fall der induktiven Kopplung kann nach einer Erhöhung der Windungszahl mit einer Steigerung der Spulengüte und damit nach (4.6) mit einer Verbesserung der Übertragungseigenschaften gerechnet werden. Da zur Energieübertragung in beiden Systemen Wechselgrößen nötig sind, geht diese Arbeit bei beiden Systemen von einer festen Frequenz von jeweils 150 kHz aus.

A.1. Induktives System

Im nachfolgenden Abschnitt wird die induktive Kopplung zweier Leiterschleifen betrachtet. Ziel ist die Herleitung einer Impedanzmatrix, welche den Vergleich mit alternativen Verfahren zulässt. Abbildung A.2 zeigt das gewählte Beispielsystem zur induktiven Kopplung. Hier sind zwei Leiterschleifen auf einem Trägermaterial mit einer relativen Permeabilität von $\mu_r = 1$ aufgeklebt. Da durch dieses Material keine

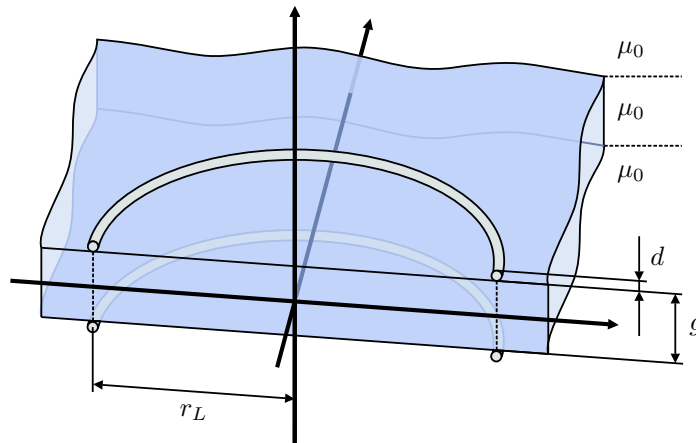


Abbildung A.2.: Beispielsystem zur induktiven Kopplung

Beeinflussung des Magnetfeldes stattfindet, können die beiden Leiterschleifen jeweils als Luftspule aufgefasst werden.

A.1.1. Magnetisches Vektorfeld einer konzentrischen Leiterschleife

Fließt in einer Leiterschleife ein elektrischer Strom, erzeugt dieser ein magnetisches Feld. Da dieses Feld an unterschiedlichen Positionen im Raum im Allgemeinen auch eine ortsabhängige Richtung sowie Amplitude hat, ist eine Beschreibung durch ein magnetisches Vektorfeld nötig. Unter der Annahme einer quasistatischen Betrachtung ist eine Berechnung des Feldes unter Verwendung des Biot-Savart-Gesetzes [57] möglich. Das Biot-Savart-Gesetz beschreibt die infinitesimal kleine magnetische Flussdichte an einem Punkt $P_{d\vec{B}}$, erzeugt durch einen infinitesimal kleinen stromführenden Leiter $d\vec{l}$. Es gilt

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \vec{R}}{|\vec{R}|^3}, \quad (\text{A.1})$$

wobei der Vektor \vec{R} der direkten Verbindung zwischen dem infinitesimal kleinen Leiterstück $d\vec{l}$ im Punkt $P_{d\vec{l}}$ sowie dem interessierenden Punkt $P_{d\vec{B}}$ entspricht. Der Vektor $d\vec{l}$ zeigt in die Richtung des Stromflusses.

Bei den hier betrachteten konzentrischen Leiterschleifen aus Abbildung A.2 ist es vorteilhaft, ein Zylinderkoordinatensystem zu wählen. Die z -Achse dieses Koordinatensystems wird gleich einer Achse durch die Mittelpunkte der Leiterschleifen, orthogonal zur jeweils aufgespannten Fläche, gewählt. Der Ursprung soll, wie in Abbildung A.3 dargestellt, dem Mittelpunkt einer Leiterschleife entsprechen. So liegt die von dieser

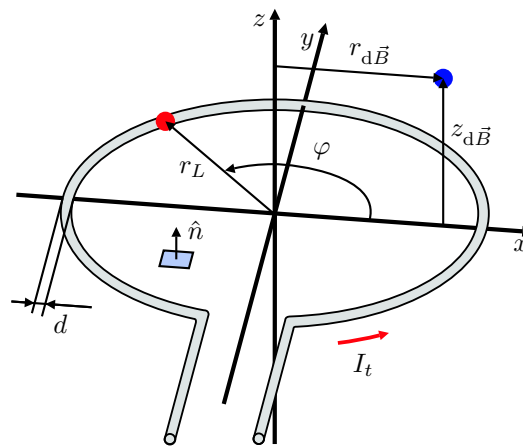


Abbildung A.3.: Konzentrische Leiterschleife. Der Flächenvektor \hat{n} steht an jeder Stelle orthogonal zur aufgespannten Fläche.

Leiterschleife aufgespannte Fläche in der r - φ -Ebene. Diese Ebene zeigt Abbildung A.4.

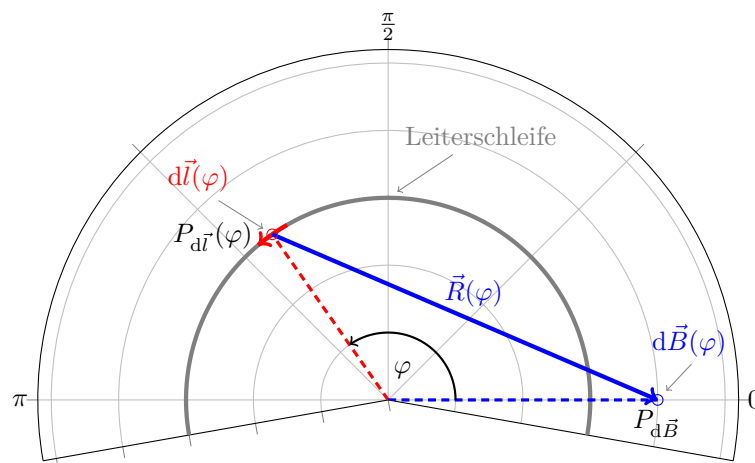


Abbildung A.4.: Berechnung der magnetischen Flussdichte unter Verwendung des Biot-Savart-Gesetzes in der r - φ -Ebene

Die Position des infinitesimal kleinen Leiterstücks $d\vec{l}$ wird durch den Punkt $P_{d\vec{l}}$ im dreidimensionalen Raum beschrieben. Gleiches gilt für die Position des interessierenden Punktes $P_{d\vec{B}}$. In vektorieller Darstellung gilt in Zylinderkoordinaten bei konstantem

Leiterschleifenradius r_L

$$P_{d\vec{r}}(\varphi) = \begin{bmatrix} r_L \\ \varphi \\ 0 \end{bmatrix}_Z \quad (\text{A.2})$$

sowie

$$P_{d\vec{B}} = \begin{bmatrix} r_{d\vec{B}} \\ 0 \\ z_{d\vec{B}} \end{bmatrix}_Z. \quad (\text{A.3})$$

Der Buchstabe Z am Fuß der Vektoren verdeutlicht, dass eine Darstellung in Zylinderkoordinaten gewählt wurde. Für die Leiterschleife in der r - φ -Ebene ist die z -Komponente immer Null. Durch die Rotationssymmetrie der Leiterschleife kann der interessierende Punkt nach einer Drehung der Leiterschleife immer bei φ gleich Null ermittelt werden.

Zur Bestimmung des Verbindungsvektors $\vec{R}(\varphi)$ kann die Vektordifferenz der in Abbildung A.4 gestrichelt eingezeichneten Vektoren der beiden Punkte (A.2) und (A.3) ermittelt werden. Für eine Differenz zwischen zwei Punkten in Zylinderkoordinaten gilt allgemein

$$\vec{R}_P = \vec{P} - \vec{P}' = \begin{bmatrix} r - r' \cos(\varphi - \varphi') \\ r' \sin(\varphi - \varphi') \\ z - z' \end{bmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Die Differenz \vec{R}_P liegt dann in kartesischen Koordinaten vor. Für den hier betrachteten Fall lässt sich unter Verwendung von (A.4) die Differenz zu

$$\vec{R}(\varphi) = \vec{P}_{d\vec{B}} - \vec{P}_{d\vec{r}}(\varphi) = \begin{bmatrix} r_{d\vec{B}} - r_L \cos(\varphi) \\ -r_L \sin(\varphi) \\ z_{d\vec{B}} \end{bmatrix} \quad (\text{A.5})$$

ermitteln. Der zur Lösung der Biot-Savart-Gleichung nötige Betrag des Verbindungsvektors kann durch das Skalarprodukt

$$|\vec{R}(\varphi)| = \sqrt{\vec{R}(\varphi) \circ \vec{R}(\varphi)} \quad (\text{A.6})$$

berechnet werden. Der Punkt $P_{d\vec{r}}$ ist nach einer Transformation in ein kartesisches Koordinatensystem gegeben durch

$$P_{d\vec{r}}(\varphi) = \begin{bmatrix} r_L \\ \varphi \\ 0 \end{bmatrix}_Z \xrightarrow{Z \rightarrow C} \begin{bmatrix} r_L \cos(\varphi) \\ r_L \sin(\varphi) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.7})$$

Nach einer einfachen Substitution [58] kann aus (A.7) der Vektor des infinitesimal kleinen Leiterstücks $d\vec{l}$ bestimmt werden. Es gilt

$$d\vec{l}(\varphi) = \begin{bmatrix} \frac{dx}{d\varphi} d\varphi \\ \frac{dy}{d\varphi} d\varphi \\ \frac{dz}{d\varphi} d\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{d}{d\varphi} (r_L \cos(\varphi)) d\varphi \\ \frac{d}{d\varphi} (r_L \sin(\varphi)) d\varphi \\ \frac{d}{d\varphi} 0 d\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_L \sin(\varphi) \\ r_L \cos(\varphi) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{A.8})$$

Mit (A.5), (A.6) und (A.8) sind alle nötigen Komponenten zum Lösen der Biot-Savart-Gleichung (A.1) gefunden. Für einen beliebigen Punkt $P_{d\vec{B}}$ kann der Vektor der magnetischen Flussdichte durch die Integration aller durch (A.8) gegebenen infinitesimal kleinen Flusskomponenten

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\vec{l}(\varphi) \times \vec{R}(\varphi)}{|\vec{R}(\varphi)|^3} d\varphi \quad (\text{A.9})$$

entlang der Leiterschleife bestimmt werden. Das entsprechende Vektorfeld ist normiert in Abbildung A.5 dargestellt. Bedingt durch die Symmetrie der Leiterschleife, ist lediglich eine Darstellung der x - z -Ebene nötig. Der Feldverlauf verhält sich rotations-symmetrisch zur z -Achse.

An der Einfärbung in Abbildung A.5 ist deutlich zu erkennen, dass die Feldvektoren im Inneren der Leiterschleife einen im Allgemeinen größeren Betrag als außerhalb der Leiterschleife haben. Dies lässt sich anschaulich dadurch erklären, dass nach der zweiten Maxwell-Gleichung oder dem Gaußschen Gesetz der Magnetfelder keine magnetischen Monopole existieren. Das magnetische Feld ist ein Wirbelfeld. Wegen

$$\oint_S \vec{B} \circ \hat{n} da = 0 \quad (\text{A.10})$$

in mikroskopischer Darstellung sind alle Feldlinien in sich geschlossen. Die Anzahl der Feldlinien muss demnach im Inneren der Leiterschleife gleich dem Bereich außerhalb der Leiterschleife sein. Da die Fläche innerhalb der Leiterschleife begrenzt ist und sich im Gegensatz dazu die Fläche außerhalb der Leiterschleife gegen Unendlich ausdehnt, ist die Flussdichte im Inneren um ein Vielfaches höher. Das Feld wird im Inneren der Leiterschleife stark gebündelt. Im Bereich des stromführenden Leiters zeigt die Einfärbung, dass das Feld die größte Amplitude hat. Dies lässt sich durch den Vergleich mit der Feldverteilung an einem unendlich langen Linienleiter erklären. Bei diesem Linienleiter nimmt die magnetische Flussdichte umgekehrt proportional zum Abstand ab. Wird der Linienleiter zu einer Leiterschleife geschlossen, muss demnach auch das Feld zum Zentrum der Drahtschleife abnehmen.

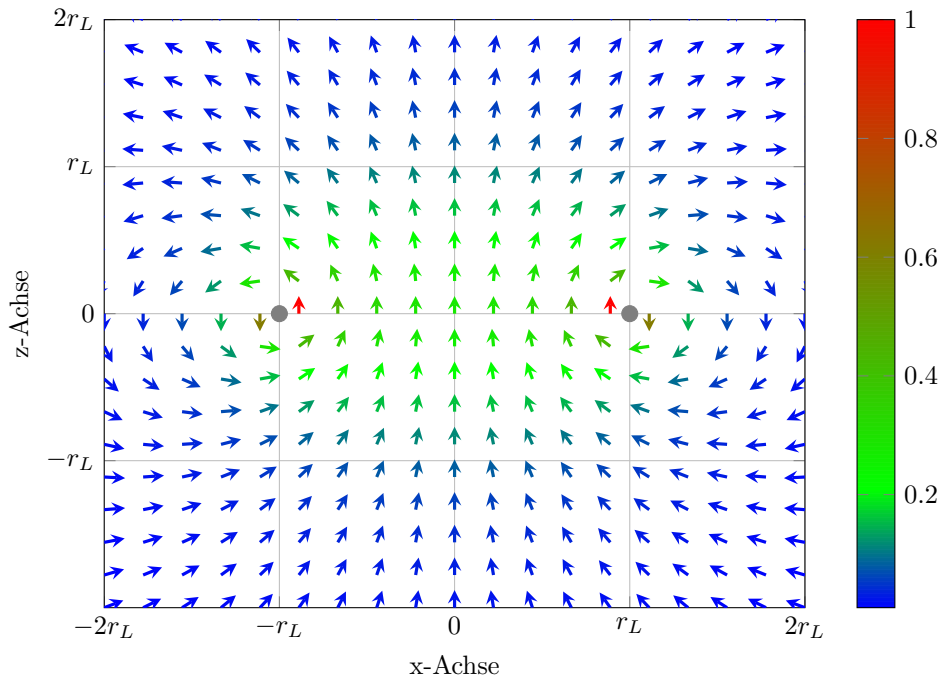


Abbildung A.5.: Normiertes Vektorfeld einer stromdurchflossenen Leiterschleife nach Biot-Savart

Der magnetische Fluss Φ durch die Leiterschleife lässt sich durch die Integration der Feldvektoren über die gesamte aufgespannte Fläche berechnen. Es gilt

$$\Phi = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_L - \frac{d}{2}} \vec{B} \circ \hat{n} r_{d\vec{B}} dr_{d\vec{B}} d\varphi \Big|_{z_{d\vec{B}}=0}, \quad (\text{A.11})$$

wobei der Vektor \hat{n} dem Einheitsvektor von z gemäß $\hat{n} = \vec{e}_z = [0, 0, 1]^T$ entspricht. Das Innere des Drahtes der Leiterschleife wird durch den niedrigen ohmschen Widerstand näherungsweise feldfrei angenommen. Aus diesem Grund wird die Integrationsgrenze in (A.11) um den halben Drahtdurchmesser d verringert. Bedingt durch die Symmetrie der Leiterschleife haben die Feldvektoren welche die von der Leiterschleife aufgespannte Fläche durchdringen keine x - und keine y -Komponente. Sie sind orthogonal zur Fläche.

Ändert sich die Amplitude des Stroms, ändert sich proportional hierzu die magnetische Flussdichte \vec{B} und damit auch der magnetische Fluss Φ . Diese Änderung induziert an der Leiterschleife nach der dritten Maxwell-Gleichung beziehungsweise Faraday's Gesetz eine proportionale Spannung. In integraler mikroskopischer Form gilt

$$v(t) = \oint_C \vec{E} \circ d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \circ \hat{n} da. \quad (\text{A.12})$$

Demnach ist die an einer geschlossenen Leiterschleife induzierte Spannung gleich der Integration der Feldkomponenten des elektrischen Feldes \vec{E} entlang dieser Leiterschleife und gleich der negativen zeitlichen Ableitung der Integration des Anteils der magnetischen Flussdichte \vec{B} , welcher die von der Leiterschleife aufgespannte Fläche orthogonal durchsetzt. Der Einheitsvektor \hat{n} steht senkrecht auf jedem infinitesimal kleinen Flächenelement da , welches von einem magnetischen Fluss durchsetzt wird. Wegen (A.12) folgt aus einer Änderung des magnetischen Flusses

$$v(t) = -\frac{d\Phi(t)}{dt}, \quad (\text{A.13})$$

wonach die an der Leiterschleife induzierte Spannung direkt aus (A.11) und dem entsprechenden zeitlichen Verlauf ermittelt werden kann. Da die Spannung an der Leiterschleife durch den in dieser Schleife fließenden Strom induziert wird, spricht man von Selbstinduktion. Im Gegensatz dazu spricht man bei einem Induktionsvorgang durch einen fremderregten magnetischen Fluss von einer Gegeninduktion.

Der Zusammenhang zwischen dem fließenden Strom und dem erzeugten Feld beziehungsweise der selbstinduzierten Spannung lässt sich durch einen Proportionalitätsfaktor L definieren. Bei diesem Faktor spricht man von der Induktivität der Leiterschleife. Sie lässt sich ebenfalls direkt aus (A.11) zu

$$L = \frac{N\Phi}{I} \Big|_{N=1} = \frac{1}{I} \int_0^{2\pi} \int_0^{r_L - \frac{d}{2}} \vec{B} \circ \hat{n} r_{d\vec{B}} dr_{d\vec{B}} d\varphi \Big|_{z_{d\vec{B}}=0} \quad (\text{A.14})$$

ermitteln, wobei der Faktor N gleich der Anzahl an Leiterwindungen ist. Im hier betrachteten Fall der einfachen Leiterschleife ist $N = 1$.

Aus (A.11), (A.13) und (A.14) folgt für die Spannung an der Leiterschleife im Verbraucherzählpfeilsystem der bekannte Zusammenhang

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}. \quad (\text{A.15})$$

In [59] findet sich eine Näherungsformel für die Induktivität einer konzentrischen Leiterschleife. Diese lässt sich bei sehr kleinem Drahtquerschnitt gegenüber der aufgespannten Fläche durch den Zusammenhang

$$L \approx N^2 \mu_0 r_L \ln \left(\frac{2r_L}{d} \right) \quad (\text{A.16})$$

approximieren. Angegeben wird hier ein maximales Verhältnis aus Drahtdurchmesser und Radius der Leiterschleife von $d/r_L < 0.002$.

A.1.2. Magnetische Kopplung

Wie auch im Kapitel 3 werden hier die Indizes t für Transmitter und r für Receiver eingeführt. Der Index rt beschreibt, dass die entsprechende Größe zwar in der Receiverschleife auftritt, aber von der Transmitterschleife erzeugt wird. So wird zum Beispiel aus dem magnetischen Fluss Φ in (A.11) der magnetische Fluss Φ_{rt} , weil er in der Transmitterschleife auftritt und vom Stromfluss in der Transmitterschleife erzeugt wird.

Das im Abschnitt A.1.1 ermittelte Vektorfeld induziert nicht nur in der felderzeugenden Leiterschleife, sondern auch an jeder weiteren Leiterschleife entsprechend (A.12) beziehungsweise (A.13) eine Spannung. Diese induzierte Spannung ist abhängig von den durchdringenden Feldvektoren und damit von der Position der entsprechenden Leiterschleife.

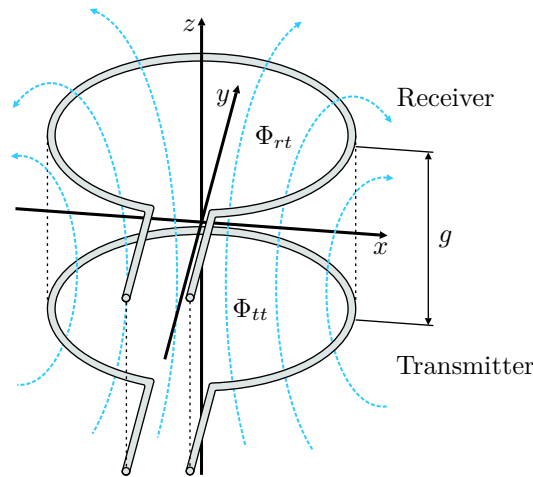


Abbildung A.6.: Zwei magnetisch gekoppelte Leiterschleifen

Geht man wie in Abbildung A.6 dargestellt davon aus, dass eine zweite Leiterschleife einen identischen Aufbau hat und lediglich auf der z -Achse verschoben wird, lässt sich der magnetische Fluss, welcher diese zweite Leiterschleife orthogonal durchsetzt, nach (A.11) durch

$$\Phi_{rt} = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_L^{-\frac{d}{2}}} \vec{B} \circ \hat{n}_r r_{d\vec{B}} dr_{d\vec{B}} d\varphi \Big|_{z_{d\vec{B}}=g} \quad (\text{A.17})$$

ermitteln, wobei g dem Abstand zwischen den Leiterschleifen entspricht. Für den Vektor \hat{n}_r gilt auch hier, bedingt durch die lediglich axiale Verschiebung in z -Richtung, $\hat{n}_r = \hat{n}_t = [0, 0, 1]^T$.

Der die zweite Leiterschleife durchdringende Fluss Φ_{rt} muss kleiner als der in der felderzeugenden Leiterschleife auftretende Fluss Φ_{tt} sein. Auch dies lässt sich durch die Quellenfreiheit (A.10) erklären. Das Feld schließt sich außerhalb der Leiterschleife, wonach mit steigendem Abstand g das orthogonale Feld im Inneren der zweiten Leiterschleife immer kleiner werden muss. Es lässt sich ein magnetischer Kopplungsfaktor definieren, welcher durch

$$k_{X_{rt}} = \frac{\Phi_{rt}}{\Phi_{tt}} \quad (\text{A.18})$$

gegeben und demzufolge immer einen Betrag kleiner Eins hat. Ein negativer Wert bedeutet, dass das Feld die Leiterschleife in umgekehrter Richtung durchdringt. Dies hat lediglich eine Änderung der Vorzeichen zur Folge.

Abbildung A.7 zeigt den errechneten Kopplungsfaktor $k_{X_{rt}}$ in Abhängigkeit des Abstandes g . Hier ist deutlich zu erkennen, dass die magnetische Kopplung nach (A.18) zwi-

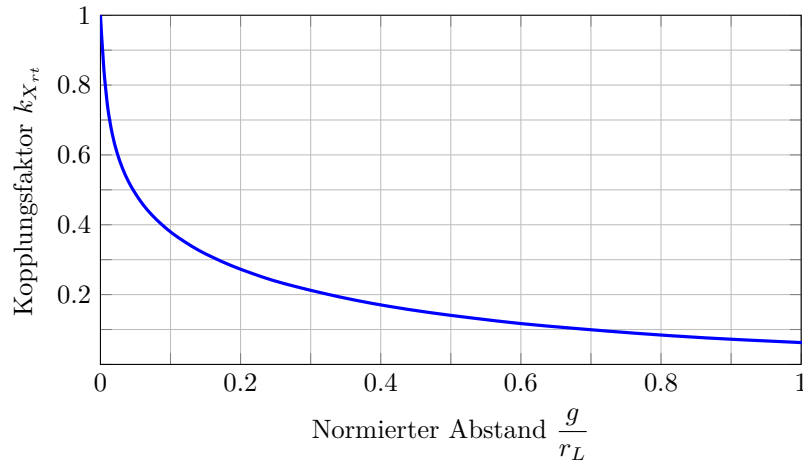


Abbildung A.7.: *Kopplungsfaktor $k_{X_{rt}}$ zwischen zwei identischen Leiterschleifen über axialem Abstand g*

schen zwei Leiterschleifen mit steigendem axialem Abstand in z -Richtung sehr schnell abnimmt.

Die an der zweiten Leiterschleife induzierte Spannung lässt sich ebenfalls nach (A.13) ermitteln. Auch an dieser Stelle ist die Definition einer Induktivität möglich, welche den proportionalen Zusammenhang zwischen dem in der Transmitterschleife fließenden Strom und der an der Receiverschleife induzierten Spannung beschreibt.

$$M_{rt} = \frac{N_r \Phi_{rt}}{I_t} \Big|_{N=1} = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_L - \frac{d}{2}} \vec{B} \circ \hat{n} r_{d\vec{B}} dr_{d\vec{B}} d\varphi \Big|_{z_{d\vec{B}}=g} \quad (\text{A.19})$$

Hier spricht man von der Gegeninduktivität M_{rt} . Nach (A.19) lässt sich analog zu (A.15) eine an der Leiterschleife induzierte Spannung durch den Zusammenhang

$$v_{rt}(t) = M_{rt} \frac{di_t(t)}{dt} \quad (\text{A.20})$$

bestimmen. Auch von der Gegeninduktivität findet sich in [59] eine Näherungsformel. Im Gegensatz zu (A.16) ist diese tatsächlich nur eine äußerst grobe Näherung für große Abstände zwischen den Leiterschleifen und sollte nur ab einem Abstand von $g \gg 0.2r_L$ verwendet werden. Selbst hier sind aber noch Abweichungen von 30% möglich.

Wird die an dieser Receiverschleife induzierte Spannung belastet, fließt auch hier ein Strom. Auch dieser Strom erzeugt nach (A.11) einen magnetischen Fluss Φ_{rr} , welcher entsprechend der Lenz'schen Regel dem erzeugenden Fluss Φ_{rt} entgegengerichtet ist und somit eine Schwächung des Gesamtflusses in der zweiten Leiterschleife bewirkt. Zusätzlich durchdringt ein Teil des Flusses Φ_{rr} ähnlich Abbildung A.6 auch die Transmitterschleife, wodurch auch in dieser eine Feldschwächung stattfindet. Analog zu (A.14), (A.17), (A.18), (A.19) und (A.20) lassen sich L_r , $k_{X_{tr}}$, M_{tr} und v_{tr} beschreiben, wobei durch eine energetische Betrachtung [57] gezeigt werden kann, dass die Gegeninduktivitäten M_{rt} und M_{tr} den gleichen Wert haben.

Die beiden Kopplungsfaktoren $k_{X_{rt}}$ und $k_{X_{tr}}$ sind im Allgemeinen nicht identisch. Wird Energie übertragen, fließt immer in beiden Leiterschleifen gleichzeitig ein Strom. Hier ist die Definition eines absoluten Koppplungsfaktors k_X hilfreich, welcher durch

$$k_X = \sqrt{k_{X_{rt}} k_{X_{tr}}} \quad (\text{A.21})$$

gegeben ist. In dieser einfachen Anordnung mit identischen Leiterschleifen müssen aufgrund der Symmetrie die beiden Kopplungsfaktoren $k_{X_{rt}}$ und $k_{X_{tr}}$ den gleichen Wert haben. Mit der Gegeninduktivität M aus (A.19), den Selbstinduktivitäten L_t sowie L_r aus (A.14) und der Kenntnis, dass $M_{tr} = M_{rt} = M$, folgt aus (A.21) der Zusammenhang

$$k_X = \frac{M}{\sqrt{L_t L_r}}. \quad (\text{A.22})$$

Zusammenfassend lässt sich die magnetische Kopplung durch die nachfolgenden Zusammenhänge beschreiben. Ein eingepprägter Gleichstrom I_t erzeugt nach (A.11) einen statischen magnetischen Fluss. Dieser statische Fluss kann entsprechend (A.12) an stationären Leiterschleifen keine elektrischen Spannungen induzieren. Ein eingepprägter zeitvariabler Strom $i_t(t)$ erzeugt bei quasistationärer Betrachtung einen ebenfalls durch (A.11) gegebenen proportionalen magnetischen Fluss. Dieser zeitvariable Fluss hingegen erlaubt die Induktion.

Durch den variablen Fluss wird an der Transmitterschleife die Spannung $v_{tt}(t)$ entsprechend (A.15) induziert. Gleichzeitig induziert der magnetische Fluss entsprechend

(A.20) die Spannung $v_{rt}(t)$ an der Receiverschleife. Diese beiden Spannungen sind im Fall eines eingepprägten Stroms unabhängig von einer an der Receiverschleife angeschlossenen Last. Wird die Receiverschleife belastet, fließt ein Strom $i_r(t)$. Dieser Strom ist neben der Last auch von der Induktivität der Receiverschleife und der induzierten Spannung $v_{rt}(t)$ abhängig. Der Strom erzeugt entsprechend (A.11) einen magnetischen Fluss, welcher dem erzeugenden Fluss entgegengerichtet ist. Dieser Fluss induziert erneut sowohl an der Receiverschleife $v_{rr}(t)$ als auch an der Transmitterschleife $v_{tr}(t)$ eine Spannung. Diese beiden Spannungen sind den Spannungen $v_{tt}(t)$ und $v_{rt}(t)$ entgegengerichtet. In Abbildung 3.14 sind die Positionen der Spannungen für ein allgemeines Übertragungssystem am Gyrator Ersatzschaltbild ersichtlich.

Mit der Kenntnis dieser Spannungen lassen sich die an den beiden Leiterschleifen auftretenden Klemmenspannungen durch den Zusammenhang

$$v_t(t) = v_{tt}(t) - v_{tr}(t) = L_t \frac{di_t(t)}{dt} - M \frac{di_r(t)}{dt} \quad (\text{A.23})$$

$$v_r(t) = v_{rt}(t) - v_{rr}(t) = M \frac{di_t(t)}{dt} - L_r \frac{di_r(t)}{dt} \quad (\text{A.24})$$

ermitteln. Bei diesem Gleichungspaar spricht man von den verlustlosen Transformatorgleichungen. Hier wurde an der Transmitterschleife ein Verbraucherzählpeilsystem und an der Receiverschleife ein Erzeugerzählpeilsystem gewählt. Dies stimmt mit den Richtungen der induzierten Spannungen sowie der fließenden Ströme überein. In der Literatur findet man oft eine alternative Darstellung, bei welcher sowohl an der Transmitterschleife, als auch an der Receiverschleife ein Verbraucherzählpeilsystem gewählt wird. In diesem Fall wird aus den Subtraktionen in (A.23) und (A.24) jeweils eine Addition. Es muss darauf geachtet werden, dass dann der Strom in der Receiverschleife nach Anschluss eines Verbrauchers ein negatives Vorzeichen hat.

Im Frequenzbereich lassen sich die verlustlosen Transformatorgleichungen (A.23) und (A.24) unter Verwendung komplexer Amplituden direkt durch den Zusammenhang

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_t \\ \mathbf{V}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L_t & -j\omega M \\ j\omega M & -j\omega L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_t \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix} \quad (\text{A.25})$$

darstellen. Hier lässt sich erkennen, dass das Gleichungssystem bereits der gesuchten Impedanzmatrix (3.3) entspricht.

Bis zu diesem Zeitpunkt wurden keine Verluste berücksichtigt. Eine Betrachtung dieser folgt im folgenden Abschnitt.

A.1.3. Verluste

Verluste entstehen an den ohmschen Widerständen der Kupferwicklungen sowie in einem eventuell vorhandenen Kern oder einer Schirmung in Form von Ummagnetisierungs- und Wirbelstromverlusten. Sie sind abhängig von den fließenden Strömen.

Ein Stromfluss in einer der beiden Leiterschleifen erzeugt, wenn die zweite gekoppelte Leiterschleife keinen Strom führt, frequenzabhängig Kupfer- und Magnetisierungsverluste. Am Beispiel eines herkömmlichen Transformators führt ein Wechselstrom in einer Wicklung zu ohmschen Verlusten, welche bedingt durch Skin- und Proximity-Effekt frequenzabhängig sind. Der Strom führt weiter zu einem magnetischen Fluss, welcher frequenz- und magnetisierungsabhängige Verluste im Kern erzeugt. In eventuell vorhandenen Schirmen sowie in der zweiten Wicklung werden überdies hinaus Wirbelströme induziert, welche ebenfalls einen Beitrag zu den Gesamtverlusten liefern. Die Summe all dieser stromabhängigen Verlusten kann am Beispiel der Transmitterschleife durch einen ohmschen Verlustwiderstand berücksichtigt werden, welcher mit R_{tt} bezeichnet wird. Mit der gleichen Argumentation kann der Verlustwiderstand R_{rr} der Receiverschleife eingeführt werden.

Wie bei dem magnetischen Gesamtfluss findet auch bei den Verlusten eine Beeinflussung durch den gleichzeitigen Stromfluss in beiden gekoppelten Leiterschleifen statt. Am Beispiel des Transformators führt ein benachbarter Stromfluss, bedingt durch den Proximity-Effekt, eventuell zu einer Vergrößerung des ohmschen Widerstandes einer Schleife. In diesem Fall findet eine negative Beeinflussung der Verluste statt. Eine positive Beeinflussung kann zum Beispiel im Kern stattfinden. Da sich die erzeugten magnetischen Flüsse überlagern, wird der Gesamtfluss im Kern je nach Stromrichtung geringer. Dies führt zu einer Verringerung der Magnetisierungsverluste. Aufgrund der Reziprozität kann diese Beeinflussung durch einen gemeinsamen Verlustwiderstand R_{tr} beschrieben werden.

Aus dieser Überlegung lässt sich das bereits bekannte verlustfreie Modell (A.25) zu den allgemeinen Transformatorgleichungen

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_t \\ \mathbf{V}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{tt} + j\omega L_t & -(R_{tr} + j\omega M) \\ R_{tr} + j\omega M & -(R_{rr} + j\omega L_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_t \\ \mathbf{I}_r \end{bmatrix} \quad (\text{A.26})$$

erweitern. Mit (A.26) ist die gesuchte Impedanzmatrix gefunden und die nötigen Koeffizienten können durch den Vergleich mit (3.3) direkt abgelesen werden. Bei der Beschreibung von Luftpulen kann der Verlustwiderstand R_{tr} oft vernachlässigt werden. Dies lässt sich im Einzelfall durch eine messtechnische Bestimmung entsprechend Abschnitt B.1 prüfen.

A.1.4. Impedanzmatrix

Das vollständige Impedanzmodell der induktiven Kopplung lässt sich aus den gezeigten Zusammenhängen herleiten. Folgende Vorgaben, welche sich alle auf Abbildung A.2 beziehen, wurden getroffen.

Parameter	Variable	Wert
Radius der Leiterschleife	r_L	25.23 mm
Drahtdurchmesser	d	0.8 mm
Distanz	g	1.5 mm

Die beiden Leiterschleifen sind identisch aufgebaut. Demnach lassen sich unter Verwendung von (A.14) die beiden Selbstinduktivitäten L_t und L_r zu

$$L_t = L_r = 132.62 \text{ nH} \quad (\text{A.27})$$

berechnen. Die Gegeninduktivität M kann nach (A.19) berechnet werden. Es folgt

$$M = 90.05 \text{ nH} , \quad (\text{A.28})$$

woraus sich nach (A.22) der absolute magnetische Kopplungsfaktor

$$k_X = 0.68 \quad (\text{A.29})$$

errechnen lässt. Aus (A.27) und (A.28) folgen bei der vorgegebenen Frequenz von 150 kHz die drei Reaktanzen

$$X_{tt} = X_{rr} = \omega L_t = 124.99 \text{ m}\Omega \quad (\text{A.30})$$

und

$$X_{tr} = \omega M = 84.87 \text{ m}\Omega . \quad (\text{A.31})$$

Da die hier betrachteten Leiterschleifen eine deutliche Distanz zwischen Sender und Empfänger zeigen und gleichzeitig lediglich je nur eine Windung vorhanden ist, können Verluste bedingt durch den Proximity-Effekt näherungsweise vernachlässigt werden. Des Weiteren ist weder ein Schirm noch ein Kern vorhanden, was dazu führt, dass der Verlustwiderstand R_{tr} entsprechend Abschnitt A.1.3 ebenfalls vernachlässigt werden kann. Unter diesen Annahmen ist lediglich eine Berücksichtigung der ohmschen Verluste der Wicklung nötig. Die Frequenzabhängigkeit dieser Verluste beschränkt sich in diesem Fall auf die Auswirkungen des Skin-Effektes, welcher näherungsweise durch die bekannte Eindringtiefe [60]

$$\delta(\omega) = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} \quad (\text{A.32})$$

berücksichtigt werden kann. Mit dieser Eindringtiefe errechnet sich der Widerstand einer radialen Schleife aus einer zylindrischen Leitung durch

$$R(\omega) = \begin{cases} 2 \frac{\rho r_L}{\delta(\omega)d - \delta(\omega)^2} & \text{für } 2\delta(\omega) < r_L \\ 8 \frac{\rho r_L}{d^2} & \text{sonst} \end{cases} . \quad (\text{A.33})$$

Der zur praktischen Realisierung der Wicklung verwendete Litzendraht hat einen Einzeldrahtdurchmesser von 0.1 mm sowie 30 isolierte Einzeldrähten. Mit diesem Einzeldrahtdurchmesser kann der Widerstand bis zu einer Frequenz von ungefähr 1.8 MHz als frequenzunabhängig betrachtet werden. Nach (A.33) gilt mit dem spezifischen Widerstand von Kupfer $\rho = 0.0178 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ [60] bei der gesuchten Frequenz

$$R_{tt} = R_{rr} = 12 \text{ m}\Omega . \quad (\text{A.34})$$

Damit sind alle Größen bekannt. Es folgt die Impedanzmatrix

$$\mathcal{Z}_I = \begin{bmatrix} 12 \text{ m}\Omega + 124.99 \text{ m}\Omega & -84.87 \text{ m}\Omega \\ 84.87 \text{ m}\Omega & -(12 \text{ m}\Omega + 124.99 \text{ m}\Omega) \end{bmatrix} . \quad (\text{A.35})$$

Mit (A.35) ist ein Beispiel zur induktiven Kopplung gefunden, welche in den Kapiteln 3 und 4 Anwendung finden kann. Es muss darauf geachtet werden, dass dieses jedoch nur bei einer konstanten Frequenz von 150 kHz gültig ist.

A.2. Kapazitives System

Im folgenden Abschnitt soll die Impedanzmatrix eines Systems zur kapazitiven Energieübertragung hergeleitet werden. Im Gegensatz zur induktiven Energieübertragung

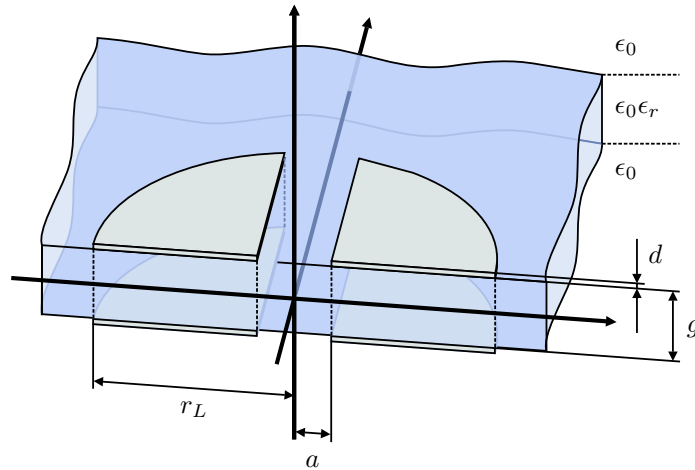


Abbildung A.8.: Beispielsystem zur kapazitiven Kopplung

erfolgt die kapazitive Energieübertragung nicht im Wirbel- sondern im Quellenfeld. Dies hat zur Folge, dass zur Übertragung ein Pfad, bestehend aus einem Hin- und einem Rückleiter, geschlossen werden muss. Dieser Pfad wird durch jeweils zwei getrennte Elektroden realisiert. Abbildung A.8 zeigt das definierte System. Eine vollständige Abbildung ist in A.1(b) auf Seite 95 dargestellt. In dieser sind sowohl transmitter- als auch receiverseitig zwei Kupferelektroden in Form eines Kreisabschnittes vorgesehen. Diese Elektroden überdecken sich im Nominalfall passgenau. Zur Vereinfachung der Handhabung sind die Elektroden auf einem FR4-Substrat fixiert. Dieses Substrat ist gleichzeitig Dielektrikum zwischen Sender und Empfänger.

Die Verbindung zwischen Transmitter und Receiver kann durch zwei Koppelkondensatoren C_{c1} und C_{c2} , jeweils im Hin- und im Rückleiter, interpretiert werden. Neben diesen beiden Kondensatoren besteht zusätzlich zwischen den beiden transmitterseitigen Elektroden eine parasitäre kapazitive Kopplung C_{lt} . Gleiches gilt für die receiverseitigen Elektroden mit C_{lr} . Diese beiden Kondensatoren werden im Folgenden Streukondensatoren genannt. Aus dieser Überlegung kann mit Abbildung A.9 ein Modell angegeben werden.

Die vier Kondensatoren in Abbildung A.9 sind verlustbehaftet. Jedem dieser Kondensatoren kann im Allgemeinen ein serieller Verlustwiderstand zugeordnet werden. Bereits hier ist ersichtlich, dass die Streukondensatoren einen deutlichen Einfluss auf den Wirkungsgrad der Energieübertragung haben werden. Bei Vernachlässigung dieser Kondensatoren steigt die Übertragungsgüte nach Abschnitt 3.1.1 des Übertragungssystems

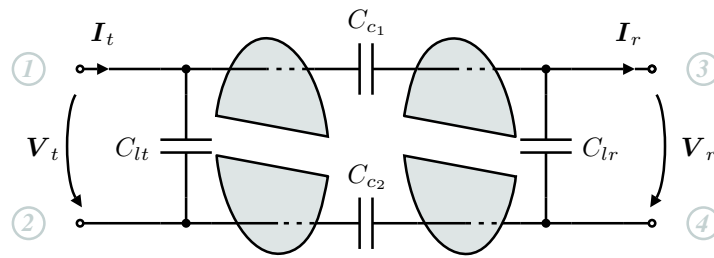


Abbildung A.9.: Erstes Modell der kapazitiven Kopplung

mit steigendem Lastwiderstand, wie auch bei einer einfachen Reihenschaltung üblich, gegen Unendlich. Damit ist nach (3.26) ein Anwachsen des möglichen Wirkungsgrades gegen Eins verbunden.

Nachfolgend sollen die vier Kondensatoren sowie die entsprechenden Verlustwiderstände ermittelt werden. Hierzu findet eine in [61] vorgestellte Methode Anwendung, bei welcher gezielte Kurzschlüsse des Zweitorts dazu genutzt werden, die Kondensatoren theoretisch oder auch messtechnisch zu bestimmen. Zur Verdeutlichung der Kurzschlüsse sind die Anschlüsse in Abbildung A.9 nummeriert. Das Verfahren stützt sich auf die geometrische Symmetrie der gewählten Anordnung. So ist zum Beispiel im Kurzschlussfall der Anschlüsse 1 und 2 sowie der Anschlüsse 3 und 4 von Außen die Parallelschaltung der Kondensatoren C_{c1} und C_{c2} zugänglich. Da der Aufbau symmetrisch und die transmitter- und receiverseitigen Elektroden identisch sind, sind auch die beiden Kondensatoren gleich. Dies hat zur Folge, dass mit dem Ergebnis der Parallelschaltung auch die Einzelkondensatoren bekannt sind. Eine gleichwertige Möglichkeit zur Bestimmung der Kondensatoren wurde in [19] vorgestellt.

A.2.1. Koppelkondensatoren

Abbildung A.10 zeigt in Grau einen der beiden Koppelkondensatoren. Der zweite gestrichelt gezeichnete hat aufgrund der geometrischen Symmetrie den gleichen Wert. Die Koppelkondensatoren C_{c1} und C_{c2} sind nach dem gleichzeitigen Kurzschluss der

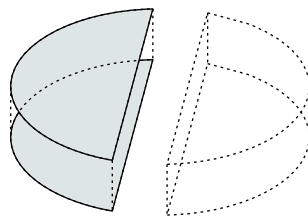


Abbildung A.10.: Position des Koppelkondensators C_{c1} . Der identische Kondensator C_{c2} ist gestrichelt eingezeichnet.

Anschlüsse 1 und 2 sowie der Anschlüsse 3 und 4 in Abbildung A.9 von Außen messtechnisch zugänglich. In diesem Fall werden die Streukondensatoren C_{lt} und C_{lr} kurzgeschlossen und die Koppelkondensatoren parallel verschaltet.

Da das Verhältnis aus der gesamten Elektrodenfläche zu dem Randbereich sehr groß ist, haben Randeﬀekte nur eine geringe Auswirkung auf die Gesamtkapazität. Werden diese vernachlässigt, lässt die einfache geometrische Struktur es zu, dass die im Kurzschlussfall von Außen messbare Kapazität direkt durch die bekannte Kapazität eines einfachen Plattenkondensators nach

$$C_{12|34} = C_{c_1} \parallel C_{c_2} = 2\epsilon_0\epsilon_r \frac{1}{g} \left(r_L^2 \arccos\left(\frac{a}{r_L}\right) - a\sqrt{r_L^2 - a^2} \right) \quad (\text{A.36})$$

bestimmt werden kann. Der Ausdruck in der Klammer beschreibt die Fläche der Elektrode in Form eines Kreisabschnittes nach [58]. Der Index gibt an, dass die Anschlüsse 1 und 2 sowie die Anschlüsse 3 und 4 kurzgeschlossen sind.

A.2.2. Streukondensatoren

Die gesuchten Streukondensatoren zwischen den Elektroden werden unter Verwendung einer konformen Abbildung [62, 63, 64, 65] hergeleitet. Mit diesem Verfahren ist es möglich, ein bestehendes Urbild in der tatsächlichen \mathbf{z} -Ebene in ein einfacher zu beschreibendes Abbild in der neu definierten \mathbf{w} -Ebene zu überführen. Dies verdeutlicht die schematische Darstellung A.11. Da die Kapazität eines Systems invariant gegen die

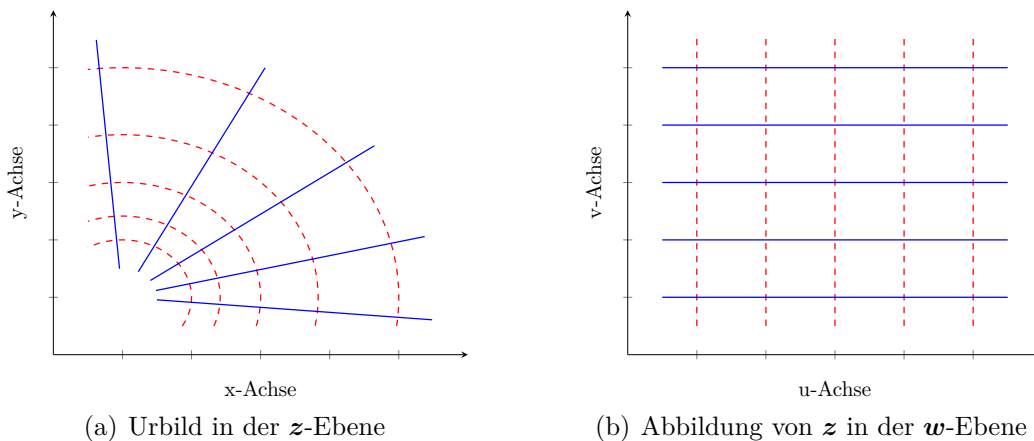


Abbildung A.11.: *Schwer zugängliches Urbild sowie einfache Abbildung*

konforme Abbildung ist, kann sie sowohl im Urbild, als auch in der Abbildung ermittelt werden. Ist die Kapazität zwischen zwei Elektroden des Urbildes schwer zugänglich, bietet sich demnach die Anwendung der konformen Abbildung an. Dadurch kann das

Urbild in eine einfacher zu bestimmende Struktur überführt werden, von welcher die Kapazität leichter berechnet werden kann [63]. Diese vereinfachte Struktur ist meist ein Plattenkondensator.

Aufgrund der Beschränkung auf zweidimensionale Probleme, ist eine Beschreibung der in A.11 dargestellten Ebenen in \mathbb{C} möglich. Für einen beliebigen Punkt gilt fortan in beiden Ebenen

$$\mathbf{z} = x + jy \tag{A.37}$$

$$\mathbf{w} = u + jv . \tag{A.38}$$

Die Beschreibung durch eine zweidimensionale Abbildung erfordert in vielen Fällen eine Überführung in die tatsächliche dreidimensionale Geometrie.

Konformität bedeutet, dass die abbildende Funktion analytisch, also stetig und differenzierbar ist. Dies führt dazu, dass eine Winkeltreue vorhanden ist. Interpretiert man Abbildung A.11(a) als Darstellung von Potential- und Stromfunktionen, ist es mittels konformer Abbildung möglich, ein inhomogenes Feld in \mathbf{z} auf ein homogenes Feld in \mathbf{w} abzubilden. Die Orthogonalität zwischen Potential- und Stromfunktion bleibt aufgrund der Winkeltreue auch nach der Abbildung erhalten.

Konforme Abbildungen können nur bei ebenen, quellen- und wirbelfreien Feldproblemen angewendet werden. Dies führt aufgrund der nötigen Überführung in die dreidimensionale Geometrie dazu, dass die hier vorgestellten Ergebnisse lediglich als Näherung zu verstehen sind. Speziell im Bereich der Kanten liefert zum Beispiel eine Bestimmung unter Verwendung der Finite-Elemente-Methode exaktere Ergebnisse. Leider fehlt jedoch bei dieser oft der direkte Bezug der theoretischen Betrachtung zum praktischen Aufbau.

Die Parallelschaltung der beiden Streukondensatoren C_{lt} und C_{lr} ist nach [61] durch einen gleichzeitigen Kurzschluss der Anschlüsse 1 und 3 sowie der Anschlüsse 2 und 4 in Abbildung A.9 zugänglich. Es gilt

$$C_{13|24} = C_{lt} \parallel C_{lr} . \tag{A.39}$$

Die Koppelkondensatoren sind kurzgeschlossen. Dieser Kurzschluss führt dazu, dass jeweils zwei gegenüberliegende Elektroden aus Abbildung A.10 das gleiche Potential zeigen. Geht man davon aus, dass in diesem Fall auch der Bereich zwischen diesen Elektroden näherungsweise das gleiche Potential hat, kann das von den kurzgeschlossenen Elektroden umschlossene Volumen als Äquipotentialvolumen oder Äquipotentialkörper betrachtet werden. Dies zeigt Abbildung A.12, in welcher ein Schnitt durch die beiden grau eingefärbten Äquipotentialkörper dargestellt ist.

Abbildung A.12 zeigt weiter, dass die beiden symmetrischen Körper in einer Umgebung unterschiedlicher Dielektrika eingebettet sind. Dies macht es unter anderem bei

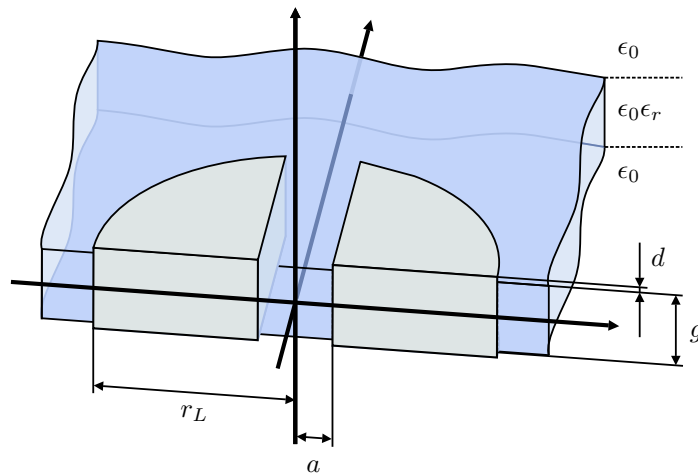


Abbildung A.12.: Äquipotentialkörper in unterschiedlichen Dielektrika

der Analyse mittels konformer Abbildung nötig, die Berechnung der Kapazität zwischen den Körpern durch zwei parallele Teilcondensatoren zu ermitteln. Der erste dieser Teilcondensatoren ist der Flächenstreukondensator $C_{13|24P}$ und befindet sich vollständig außerhalb des Substrats. In Abbildung A.12 befindet sich je eine Hälfte dieses Kondensators oberhalb und die andere Hälfte unterhalb der eingezeichneten Äquipotentialkörper, im Bereich mit einer Permittivität $\epsilon = \epsilon_0$. Der zweite verlustbehaftete Teilcondensator wird Seitenstreukondensator $C_{13|24S}$ genannt und befindet sich vollständig im Substrat, in welchem die Permittivität $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$ vorliegt. Die beiden Positionen sind in den folgenden Teilabschnitten in Abbildung A.13(a) und Abbildung A.16(a) nochmals dargestellt.

Flächenstreukondensator

Abbildung A.13(a) zeigt zwei Elektroden des Flächenstreukondensators. Diese begrenzen den oberen Bereich der beiden zuvor beschriebenen Äquipotentialkörper. Die untere Begrenzung der Äquipotentialkörper ist gestrichelt eingezeichnet und wird durch die beiden übrigen Elektroden begrenzt. Da bei dieser Betrachtung per Definition die obere und die untere Elektrode kurzgeschlossen sind und der Bereich zwischen den Elektroden in einem zweiten Schritt berücksichtigt wird, ist es zulässig, jeweils eine obere und eine untere Elektrode zu einer einzigen Elektrode zusammenzufassen. Das Ergebnis ist ein Flächenkondensator nach Abbildung A.13(b).

Nähert man die in Abbildung A.13(b) dargestellten Elektroden durch zwei unendlich ausgedehnte Halbebenen mit einem Abstand von $2a$ symmetrisch zur y -Achse bei $y = 0$ an, ist eine Beschreibung des Feldbildes durch eine trigonometrische Abbildung möglich.

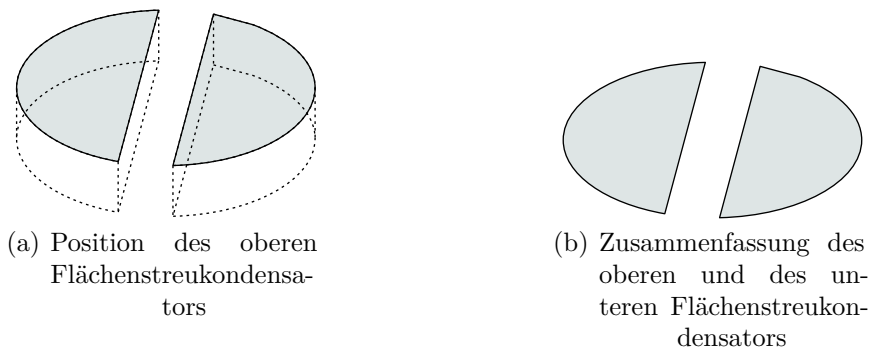


Abbildung A.13.: *Position des Flächenstreukondensators sowie Zusammenfassung*

In diesem Fall wurde nach [65] die Abbildungsfunktion

$$z(\mathbf{w}) = a \cos(\mathbf{w}) \tag{A.40}$$

gewählt. Alternative trigonometrische Abbildungen sind zum Beispiel in [61] oder [63] zu finden. (A.40) bildet die beiden Halbebenen in z auf einen unendlich ausgedehnten Plattenkondensator in w ab. Abbildung A.14 zeigt in A.14(a) das Feldbild der beiden Halbebenen und in A.14(b) das Feldbild des Plattenkondensators. Die Pfeile an den Elektroden verdeutlichen, dass diese sich in der entsprechenden Richtung gegen Unendlich erstrecken.

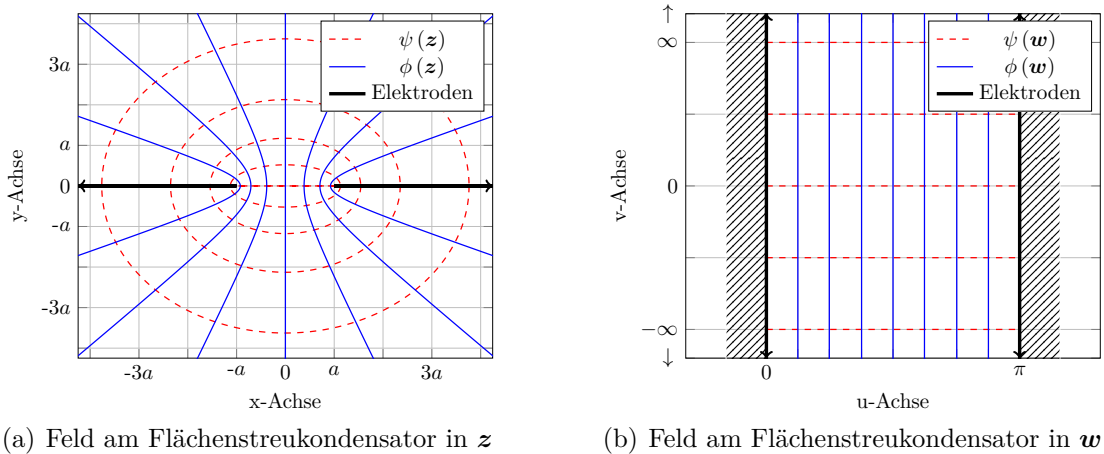


Abbildung A.14.: *Feldbild am Flächenstreukondensator*

Es gilt der Definitionsbereich

$$D_w := \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq u \leq \pi\} . \tag{A.41}$$

In Abbildung A.14(b) sind die beim Plattenkondensator bekannten Äquipotentiallinien ϕ sowie die hierzu orthogonale Stromfunktion ψ eingezeichnet. Hier kann eine Äquipotentiallinie durch $\mathbf{w}(u_c, v)$ gezeichnet werden, wobei u_c eine beliebige Konstante unter Berücksichtigung von (A.41) ist. Den Zusammenhang aus der Position in \mathbf{w} und der tatsächlichen Spannung stellt ein Eichfaktor her. Geht man davon aus, dass die linke Platte das Potential ϕ_0 und die rechte Platte das Potential ϕ_1 hat, wird deutlich, dass das Potential an einer beliebigen Position zwischen den beiden Platten mit (A.38) durch den linearen Zusammenhang

$$\phi(\mathbf{w}) = \underbrace{\frac{\phi_1 - \phi_0}{\pi}}_{\text{Eichfaktor}} u = \frac{\phi_1 - \phi_0}{\pi} \operatorname{Re} \mathbf{w} \quad (\text{A.42})$$

beschrieben werden kann. Alternativ kann der Eichfaktor nach [65] durch eine Integration der eindimensionalen Laplace-Gleichung mit nachfolgendem Koeffizientenvergleich ermittelt werden. Er lässt sich durch [63] bestätigen, wonach der Eichfaktor bei einem Plattenkondensator immer der Potentialdifferenz dividiert durch den Abstand der Platten entspricht.

Mit gleichem Eichfaktor gilt für die Stromfunktion entsprechend (A.42) der Zusammenhang

$$\psi(\mathbf{w}) = \frac{\phi_1 - \phi_0}{\pi} v = \frac{\phi_1 - \phi_0}{\pi} \operatorname{Im} \mathbf{w} . \quad (\text{A.43})$$

Nachdem der Eichfaktor und die Stromfunktion bekannt sind, kann nach [65] die Flächenladung zwischen zwei Punkten pro Längeneinheit in z -Richtung auf Oberflächen mit konstantem Potential durch die Differenz der Stromfunktion ermittelt werden. z entspricht hier der dreidimensionalen Koordinate und nicht dem Vektor \mathbf{z} nach (A.38) und reicht in Abbildung A.14(a) in die Blattebene hinein. Es gilt

$$q'_F dz = \epsilon (\psi(\mathbf{w}_1) - \psi(\mathbf{w}_2)) dz . \quad (\text{A.44})$$

Aus (A.40) und (A.37) folgt sofort

$$\mathbf{w}(z) = \arccos \left(\frac{z}{a} \right) , \quad (\text{A.45})$$

was mit (A.43) in (A.44) eingesetzt, den Zusammenhang

$$q'_F dz = \epsilon \frac{\phi_1 - \phi_0}{\pi} \left[\operatorname{Im} \left(\arccos \left(\frac{z_1}{a} \right) \right) - \operatorname{Im} \left(\arccos \left(\frac{z_2}{a} \right) \right) \right] dz \quad (\text{A.46})$$

liefert. Aus Abbildung A.14(a) ist ersichtlich, dass die beiden Halbebenen mit jeweils konstantem Potential bei $y = 0$ positioniert sind. Ziel ist die Berechnung der Flächenladung zwischen einem Punkt auf der linken und dem entsprechenden an der y -Achse

gespiegelten Punkt auf der rechten Halbebene. Mit diesen Vorgaben und der Kenntnis, dass $\arccos(-x) = \pi - \arccos(x)$ [58], lässt sich (A.46) mit (A.37) zu

$$q'_F dz = 2\epsilon \frac{\phi_1 - \phi_0}{\pi} \operatorname{Im} \left(\arccos \left(\frac{x}{a} \right) \right) dz \quad (\text{A.47})$$

umstellen. Zur Bestimmung der Kapazität zwischen den tatsächlichen Elektroden muss (A.47) über die gesamte Fläche einer Elektrode integriert und durch die Potentialdifferenz dividiert werden. Hierzu ist eine zweidimensionale Integration in der xz -Ebene unter Berücksichtigung der positionsabhängigen Breite der Elektrode in der z -Richtung nötig. Diese Breite entspricht der halben Sehne eines Kreisabschnittes und lässt sich nach [58] durch

$$z_e(x) = \sqrt{r_L^2 - x^2} \quad (\text{A.48})$$

errechnen. Die zu integrierende Fläche sowie (A.48) sind auszugsweise in Abbildung A.15 dargestellt.

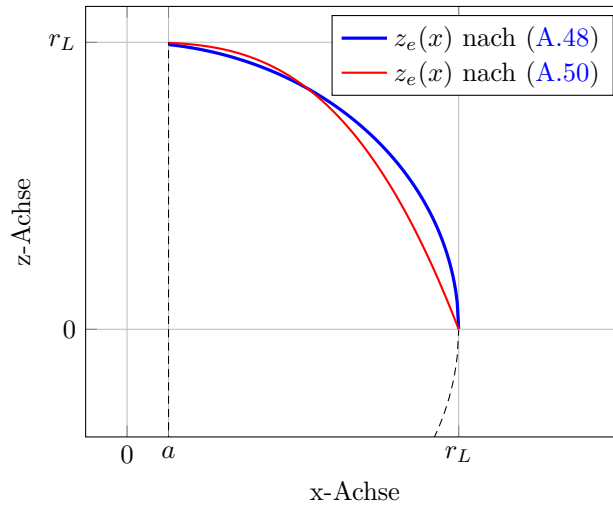


Abbildung A.15.: *Integration über die Elektrodenfläche*

Aus (A.47) und (A.48) folgt für die Flächenkapazität

$$C_{13|24P} = \int_a^{r_L} \int_{-z_e(x)}^{z_e(x)} \frac{d}{dx} q'_F dz dx = \frac{4\epsilon}{\pi} \int_a^{r_L} \frac{\sqrt{r_L^2 - x^2}}{\sqrt{x^2 - a^2}} dx. \quad (\text{A.49})$$

Für die Berechnung von (A.49) ist eine elliptische Integration nötig. Folgt man dem Ansatz von [61], approximiert die Breite der Elektrode (A.48) durch die Vereinfachung

$$z_e(x) \approx r_L - \frac{x^3}{r_L^2} \quad (\text{A.50})$$

und geht weiter davon aus, dass $r_L \gg a$, lässt sich A.49 durch die Funktion

$$C_{13|24P} \approx \frac{4\epsilon r_L}{\pi} \left[\ln(4r_L) - \ln(2a) - \frac{1}{3} \right] \quad (\text{A.51})$$

annähern. Aus Abbildung A.15 ist ersichtlich, dass die Näherung der Elektrodenbreite (A.50) speziell im Bereich des Spaltes eine gute Übereinstimmung mit dem tatsächlichen Rand der Elektrode (A.48) zeigt. Erst in weiterem Abstand wird die Differenz zwischen den beiden Funktionen größer. Da hier jedoch der Beitrag zur Gesamtkapazität bedingt durch den größeren Abstand zwischen den Elektroden geringer wird, beeinflusst diese Abweichung das Gesamtergebnis nur gering. Dies hat zur Folge, dass auch der Fehler von (A.51) im Vergleich zur tatsächlichen Flächenkapazität (A.49) gering ausfällt.

Seitenstreukondensator

Der Seitenstreukondensator ist in Abbildung A.16(a) dargestellt. Dieser befindet sich vollständig im Substrat. Auch hier kann die Berechnung durch eine geeignete Abbildungsfunktion vereinfacht werden, wenngleich keine Abbildungsfunktion bekannt ist und die Herleitung einer solchen aufgrund der runden Kanten Schwierigkeiten bereitet. Dies macht eine Vereinfachung der geometrischen Struktur nötig.

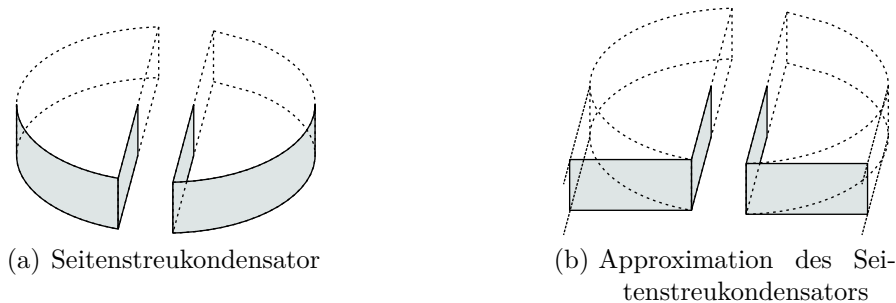


Abbildung A.16.: *Position des Seitenstreukondensators sowie gewählte Näherung*

Wie aus Abbildung A.16(a) ersichtlich, kann davon ausgegangen werden, dass sich der größte Teil des gesamten Seitenstreukondensators durch die beiden inneren, mit geringem Abstand gegenüberstehenden Flächen der beiden Äquipotentialkörper ergibt und der äußere, jeweils viertelkreisförmige Bereich nur noch einen kleinen Beitrag zur Gesamtkapazität liefert. Dies lässt es zu, eine Annäherung durch zwei rechteckige Kanten nach Abbildung A.16(b) zu wählen. Diese Näherung erlaubt die Herleitung einer Abbildungsfunktion unter Verwendung der Schwarz-Christoffel-Polygonabbildung [63, 64].

In dieser Arbeit wird, wie auch in der angegebenen Literatur vorgestellt, die Abbildungsfunktion durch drei unterschiedliche Ebenen hergeleitet. Das tatsächliche Urbild wird wie auch zuvor in der z -Ebene beschrieben. Diese Ebene lässt sich durch

$$z(t) = A \int \prod (t - t_i)^{-\frac{\alpha_i}{\pi}} dt + B \quad (\text{A.52})$$

auf die reelle t -Achse einer Zwischenebene transformieren. In einem dritten Schritt wird (A.52) durch eine Homogenisierung auf die obere Hälfte der theoretischen w -Ebene überführt. Hier liegt dann ein homogenes Feld vor, welches sich wieder durch einen Plattenkondensator beschreiben lässt.

Die rechtwinklige Näherung ist in Abbildung A.17 dargestellt. Die beiden Elektroden sind hier achssymmetrisch in der z -Ebene positioniert, wobei der angenäherte Außenbereich bei $y = 0$ definiert ist. Auch hier zeigen die Pfeile an den Elektroden, dass sich diese gegen Unendlich erstreckt.

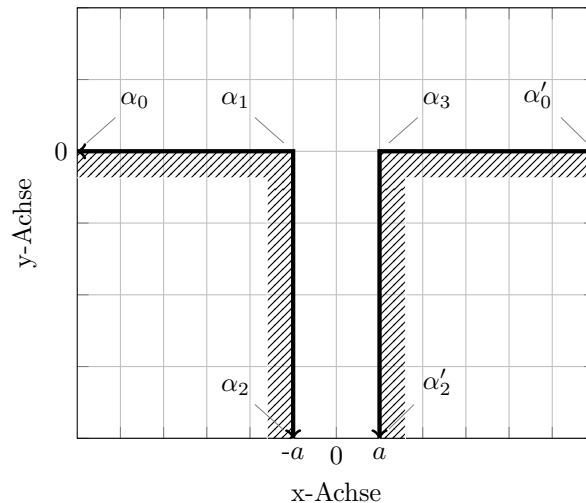


Abbildung A.17.: Annäherung des Seitenstreu-kondensators durch zwei rechtwinklige Elektroden, dargestellt in der z -Ebene

Bei der Schwarz-Christoffel-Polygonabbildung wird davon ausgegangen, dass ein Polygon, bestehend aus mehreren geraden Einzelabschnitten, ein zusammenhängendes Gebiet umschließt. Die Verbindung zwischen zwei Einzelabschnitten wird durch einen Winkel charakterisiert. Sie kann auch im Unendlichen bestehen. In diesem Fall spricht man von Außenwinkeln. Durch diesen Sachverhalt ist es möglich, die beiden getrennten Elektroden in Abbildung A.17 als Polygon zu interpretiert, welches im Unendlichen geschlossen ist. Hierzu werden alle Winkel des Polygons in Abbildung A.17 benannt. Die Winkel α_0 und α_2 sind Außenwinkel. Sie schließen das Polygon im Unendlichen und stellen so die virtuelle Verbindung zwischen den beiden Elektroden mit im Allgemeinen

unterschiedlichem Potential her. Dieses Polygon wird in einem zweiten Schritt, startend bei α_0 , im mathematisch positiven Drehsinn umlaufen und auf die reelle t -Achse der Zwischenebene abgebildet. Ein vollständiger Umlauf in z entspricht auf der t -Achse einem Anstieg von $t = -\infty$ zu $t = \infty$.

Besteht das Polygon aus lediglich drei Ecken, kann die Zuordnung zwischen Winkel und entsprechender Position auf der t -Achse beliebig gewählt werden. Dies ist bei vier Ecken im Allgemeinen nicht der Fall. Bei vier Ecken können nur drei Positionen beliebig gewählt werden. Die Position der vierten Ecke muss aus der Geometrie sowie der zuvor getroffenen Wahl hergeleitet werden. Hier zeigt sich der Vorteil der definierten achssymmetrischen Position der Koordinatenachsen in z , Abbildung A.17. Diese Symmetrie bleibt auch in der Zwischenebene bestehen und so ergibt sich, nach einer beliebige Wahl der ersten drei Positionen, auch die hierzu symmetrische, vierte Position.

Nach [63] ist es zweckmäßig, die beiden Potentialsprünge α_0 und α_2 auf der t -Achse bei $t = -\infty$ beziehungsweise $t = \infty$ und $t = 0$ zu positionieren. α_1 wird beliebig bei $t = -1$ positioniert. Wie zuvor beschrieben, ist mit dieser Definition aufgrund der Achssymmetrie auch die Position von α_3 bei $t = 1$ bekannt. Abbildung A.18 zeigt die Zwischenebene.

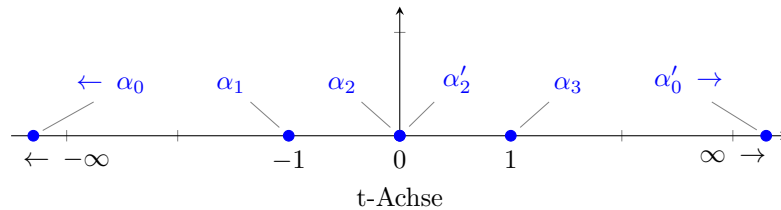


Abbildung A.18.: *Zwischenebene mit Positionierung der Winkel des Polygons auf der t -Achse*

Aus Abbildung A.17 und Abbildung A.18 kann unter Verwendung von (A.52) die Abbildung der Ebene z nach t angegeben werden. Mit $\alpha_0 = 2\pi$, $\alpha_1 = -\pi/2$, $\alpha_2 = \pi$ und $\alpha_3 = -\pi/2$ folgt

$$z(t) = A \int \frac{(t+1)^{\frac{1}{2}}(t-1)^{\frac{1}{2}}}{t} dt + B, \quad (\text{A.53})$$

woraus nach der unbestimmten Integration

$$z(t) = A \left[\sqrt{t-1}\sqrt{t+1} - 2 \arctan \left(\frac{\sqrt{t-1}}{\sqrt{t+1}} \right) \right] + B \quad (\text{A.54})$$

errechnet werden kann. Die Konstanten A und B sind noch nicht bekannt. Man kann sich vorstellen, dass das bis dahin nur durch Winkel beschriebene Polygon mit diesen Konstanten zur tatsächlichen räumlichen Orientierung gedreht und zur tatsächlichen

Größe skaliert werden kann. Sie lassen sich meist aus der Darstellung in z , Abbildung A.17 auf Seite 119 herleiten. Werden zum Beispiel in (A.54) die Positionen der inneren Winkel α_1 und α_3 der Zwischenebene eingesetzt, folgt mit der Kenntnis, dass

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \arctan x = \pi/2 \quad (\text{A.55})$$

sofort

$$z(1) = B \quad (\text{A.56})$$

$$z(-1) = B - \pi A. \quad (\text{A.57})$$

Da die beiden Winkel in der z -Ebene auf der y -Achse positioniert wurden und ihre Position in x dem positiven beziehungsweise negativen halben Abstand zwischen den beiden Elektroden a entspricht, folgt aus (A.56)

$$B = a, \quad (\text{A.58})$$

was in (A.57) eingesetzt, die zweite Konstante

$$A = \frac{2a}{\pi} \quad (\text{A.59})$$

liefert. Damit ist die Abbildung von der z -Ebene zur Zwischenebene bekannt und diese kann durch eine Homogenisierung in die endgültige w -Ebene überführt werden. Geht man davon aus, dass die beiden Elektroden des Plattenkondensators in der w -Ebene durch einen Abstand von π getrennt sind, ist zur Homogenisierung nach [63] lediglich das Ersetzen von t in (A.54) durch

$$t := e^z \quad (\text{A.60})$$

nötig. Damit ist analog zu (A.40) die Abbildung der w -Ebene in die z -Ebene mit (A.54), (A.58), (A.59) und (A.60) gegeben durch

$$z(w) = \frac{2a}{\pi} \left[\sqrt{e^w - 1} \sqrt{e^w + 1} - 2 \arctan \left(\frac{\sqrt{e^w - 1}}{\sqrt{e^w + 1}} \right) \right] + a. \quad (\text{A.61})$$

Auch hier kann ein Definitionsbereich angegeben werden, welcher durch

$$D_w := \{(u, v) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq v \leq \pi\} \quad (\text{A.62})$$

gegeben ist. Abbildung A.19 zeigt den Plattenkondensator und die gefundene Abbildung. Die zwischen den Elektroden des Plattenkondensators A.19(b) eingezeichneten Äquipotentiallinien sowie Stromlinien haben einen äquidistanten Abstand und wurden unter Verwendung von (A.61) in die z -Ebene überführt. Dort kann an der Distanz zwischen den Stromlinien bestätigt werden, dass die zuvor getroffene Annahme zulässig

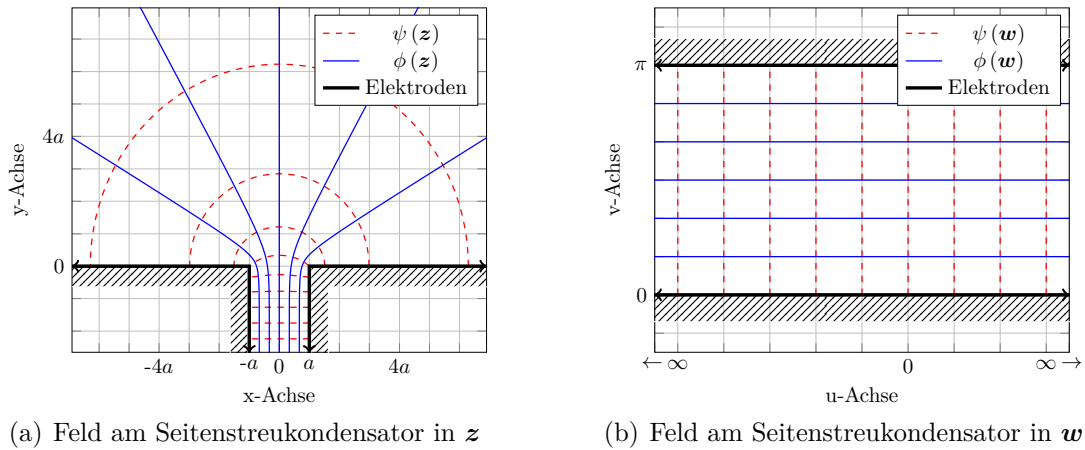


Abbildung A.19.: *Felddiagramm am Flächenstreukondensator*

ist und ein Großteil der Kapazität durch den Spalt und nicht durch den Außenbereich bestimmt wird.

Die Berechnung der Flächenladung und der Kapazität ist prinzipiell erneut mit (A.44) möglich. Hier besteht jedoch die Schwierigkeit, dass im Gegensatz zu (A.40) und (A.45) keine Umkehrfunktion von (A.61) angegeben werden kann. Dies macht eine numerische Auswertung in w unumgänglich.

Die beiden Elektroden des Plattenkondensators sind bei $v = 0$ und $v = \pi$ positioniert. Zur Bestimmung der Kapazität ist es nun notwendig, die räumlichen Dimensionen der tatsächlichen Elektroden der z -Ebene, in die w -Ebene zu überführen. Es lässt sich zeigen, dass sich die Winkel α_1 und α_3 der Abbildung A.17 in der w -Ebene bei $u = 0$ befinden. Die Elektroden sind symmetrisch zur y -Achse. Dies hat zur Folge, dass zur Beschreibung der Elektroden lediglich der positive Wert u_p sowie der negative Wert u_n gemäß Abbildung A.20 gefunden werden müssen. Hier sind die korrespondierenden Punkte entsprechend (A.61) und (A.38) eingezeichnet.

Numerisch sind nach dem geometrischen Vergleich mit Abbildung A.12 auf Seite 114 sowie Abbildung A.16 auf Seite 118 entsprechend der rechten Elektrode aus Abbildung A.20 die beiden Gleichungen

$$\operatorname{Re} z(u_p) = r_L \tag{A.63}$$

$$\operatorname{Im} z(u_n) = z_e(a) \tag{A.64}$$

zu lösen, wobei $z_e(a)$ der halben Breite der Elektrode im Luftspalt gemäß des Kreisabschnittes (A.48) entspricht. Sind u_p und u_n bekannt, kann die gesuchte Kapazität anhand des einfachen Zusammenhangs am Plattenkondensators errechnet werden. Es

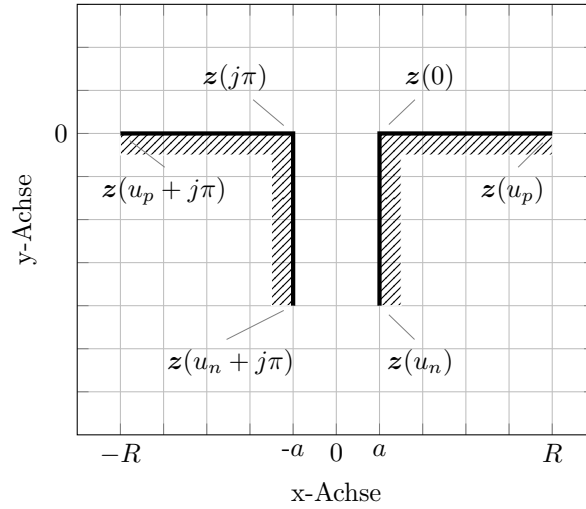


Abbildung A.20.: Korrespondenz der Eckpunkte in z zur w -Ebene

gilt

$$C_{13|24S} = \epsilon \frac{(u_p - u_n) g}{\pi}. \quad (\text{A.65})$$

Auch hier kann eine Näherung abgegeben werden. Hierzu wird der Bereich im Spalt zwischen den Äquipotentialkörpern als einfacher Plattenkondensator mit vernachlässigten Randeffekten und der Bereich außerhalb dieses Plattenkondensators als Flächenstreukondensator nach Abschnitt A.2.2 angenähert. Mit (A.47) und (A.48) folgt analog zu (A.49) aus dieser Überlegung

$$\begin{aligned} C_{13|24S} &\approx \epsilon \frac{z_e(a)g}{a} + \int_a^{r_L} \int_0^g \frac{d}{dx} q'_F dz dx \\ &\approx \epsilon g \left[\frac{z_e(a)}{a} + \frac{2}{\pi} \ln \left(r_L + \sqrt{r_L^2 - a^2} \right) - \frac{2}{\pi} \ln(a) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.66})$$

Im verlustlosen Fall können die tatsächlichen Streukondensatoren bereits aus der Parallelschaltung von $\frac{1}{2}C_{13|24p}$ und $\frac{1}{2}C_{13|24S}$ entsprechend (A.49) und (A.65) errechnet werden. Da diese beiden Kondensatoren ein unterschiedliches Dielektrikum besitzen, ist die Zusammenfassung im verlustbehafteten Fall jedoch erst nach der Berücksichtigung der entsprechenden Verlustwiderstände möglich.

A.2.3. Verluste

Der Verlustwiderstand eines Kondensators kann unter Verwendung des Verlustfaktors des entsprechenden Dielektrikums bestimmt werden. Für einen seriellen Verlustwiderstand eines Kondensators C gilt im Allgemeinen

$$ESR = \frac{DF}{\omega C}, \quad (\text{A.67})$$

woraus die Impedanz der Reihenschaltung aus Kondensator und Verlustwiderstand direkt mit

$$\mathbf{Z} = \frac{1}{\omega C} (DF - j) \quad (\text{A.68})$$

angegeben werden kann. In vielen Fällen bietet sich auch eine Beschreibung durch eine Admittanz statt einer Impedanz an. In diesem Fall folgt aus (A.68) sofort

$$\mathbf{Y} = \frac{\omega C}{DF - j}. \quad (\text{A.69})$$

A.2.4. Impedanzmatrix

Zur Bestimmung der Kondensatoren sowie der Verlustwiderstände ist die Kenntnis der relativen Permittivität ϵ_r sowie des Verlustfaktors DF des verwendeten FR4 Substrates nötig. Diese wurden in Abhängigkeit der Frequenz sowie der Temperatur in [66] bestimmt. Hier wurden die Ergebnisse bei einer Temperatur von 300K und einer Frequenz von 150kHz übernommen.

Mit (A.36), (A.49) und (A.65) sind alle nötigen Kapazitäten zur Bestimmung der Impedanzmatrix gefunden. Entsprechend A.8 auf Seite 110 gelten die folgenden Größen. Der Radius sowie die Distanz zwischen Transmitter und Receiver sind identisch zu dem induktiven System.

Parameter	Variable	Wert
Außenradius der Elektroden	r_L	25.23 mm
Elektrodendicke	d	35 μm
Halber Abstand zwischen Elektroden	a	1.984 mm
Distanz	g	1.5 mm
Relative Permittivität	ϵ_r	5.52
Verlustfaktor	DF	0.014

Mit diesen Größen folgt aus (A.36) für die kurzgeschlossenen Koppelkondensatoren die Kapazität

$$C_{12|34} = 58.643 \text{ pF} . \quad (\text{A.70})$$

Für die kurzgeschlossenen Streukondensatoren $C_{13|24}$ lässt sich aus (A.49) die Kapazität des Flächenstreukondensators

$$C_{13|24P} = 0.816 \text{ pF} \quad (\text{A.71})$$

und aus (A.65) die Kapazität des Seitenstreukondensators

$$C_{13|24S} = 1.083 \text{ pF} \quad (\text{A.72})$$

errechnen. Aufgrund der Gleichheit der transmitter- und der receiverseitigen Elektroden ist ohne die gezielten Kurzschlüsse aus den Abschnitten A.2.1 und A.2.2 eine Aufteilung der Kapazitäten entsprechend Abbildung A.21 möglich. Die Überführung

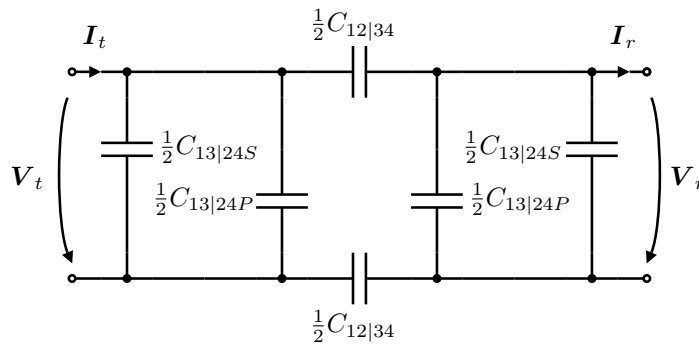


Abbildung A.21.: Verlustfreies Ersatzschaltbild der kapazitiven Kopplung

dieses verlustfreien Modells in eine verlustbehaftete Impedanzmatrix ist mit mehreren Verfahren möglich. Hier wird der Weg über eine Admittanzmatrix gewählt. Hierzu wird zuerst das allgemeine Π -Admittanzmodell in Abbildung A.22 definiert und nachfolgend die unbekanntenen Admittanzen durch den Vergleich mit Abbildung A.21 bestimmt.

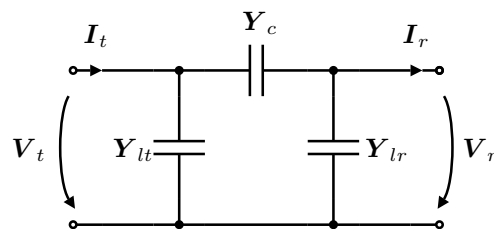


Abbildung A.22.: Π -Modell der kapazitiven Kopplung

Die Admittanzen \mathbf{Y}_{lt} und \mathbf{Y}_{lr} können nach dem Vergleich jeweils als Parallelschaltung der Kondensatoren $\frac{1}{2}C_{13|24P}$ und $\frac{1}{2}C_{13|24S}$ aufgefasst werden. Hier muss darauf geachtet werden, dass die beiden Kondensatoren unterschiedliche Dielektrika aufweisen. So befindet sich der Flächenstreukondensator außerhalb des Substrates und der Seitenstreukondensator vollständig im Substrat. Demzufolge treten Verluste nur am Seitenstreukondensator auf. Mit berücksichtigtem Verlustfaktor entsprechend (A.69) gilt bei einer Frequenz von 150 kHz

$$\mathbf{Y}_{lt} = \mathbf{Y}_{lr} = \frac{\omega}{2} \left(\frac{C_{13|24P}}{-j} + \frac{C_{13|24S}}{DF - j} \right) = 7.14 \text{ nS} + j894.63 \text{ nS} . \quad (\text{A.73})$$

Die Längsadmittanz \mathbf{Y}_c kann aufgrund der Vierpolbetrachtung als Reihenschaltung der beiden übrigen verlustbehafteten Kondensatoren mit identischer Kapazität $\frac{1}{2}C_{12|34}$ aufgefasst werden. Dies hat zur Folge, dass sich die Gesamtkapazität erneut halbiert. Für die Admittanz gilt demnach

$$\mathbf{Y}_c = \frac{\omega}{4} \frac{C_{12|34}}{DF - j} = 193.41 \text{ nS} + j13.82 \text{ } \mu\text{S} . \quad (\text{A.74})$$

Entsprechend [46] ist mit (A.73) und (A.74) die Admittanzmatrix der II-Struktur Abbildung A.22 durch

$$\mathcal{Y}_K = \begin{bmatrix} Y_{lt} + Y_c & -Y_c \\ Y_c & -(Y_{lr} + Y_c) \end{bmatrix} \quad (\text{A.75})$$

gegeben. Diese Admittanzmatrix kann nach [46] in eine Impedanzmatrix transformiert werden. Es gilt

$$\mathcal{Z}_K = \frac{1}{\frac{1}{Y_{lt}} + \frac{1}{Y_c} + \frac{1}{Y_{lr}}} \begin{bmatrix} \frac{1}{Y_{lt}} \left(\frac{1}{Y_c} + \frac{1}{Y_{lr}} \right) & -\frac{1}{Y_{lt}Y_{lr}} \\ \frac{1}{Y_{lt}Y_{lr}} & -\frac{1}{Y_{lr}} \left(\frac{1}{Y_c} + \frac{1}{Y_{lt}} \right) \end{bmatrix} \quad (\text{A.76})$$

woraus nach dem Einsetzen der gefundenen Größen die gesuchte Impedanzmatrix

$$\mathcal{Z}_K = \begin{bmatrix} 4.71 \text{ k}\Omega - j576.38 \text{ k}\Omega & -(4.22 \text{ k}\Omega - j541.33 \text{ k}\Omega) \\ 4.22 \text{ k}\Omega - j541.33 \text{ k}\Omega & -(4.71 \text{ k}\Omega - j576.38 \text{ k}\Omega) \end{bmatrix} \quad (\text{A.77})$$

errechnet werden kann. Eine alternative Herleitung von (A.77) aus Abbildung A.22 ist mit (B.22) und (B.4) möglich.

Mit (A.77) ist die Impedanzmatrix eines kapazitiven Übertragungssystems gefunden und kann in den Kapiteln 3 und 4 verwendet werden. Auch diese ist, wie das induktive Beispielsystem, nur bei einer Frequenz von 150 kHz.

B. Zweitorparameter

Bei komplexeren Systemen mit einem Eingang und einem Ausgang bietet sich die Netzwerkanalyse unter Verwendung von Zweitorparametern an. Mit Hilfe dieser Parameter ist eine systematische Herleitung der vollständigen Übertragungseigenschaften möglich. Das zu beschreibende Netzwerk muss die folgenden Eigenschaften erfüllen:

- Der Strom, welcher in einer Klemme eines Tors fließt, muss in dem zweiten Anschluss des gleichen Tors zur gleichen Zeit in entgegengesetzter Richtung fließen. Mit anderen Worten fließt der Strom, der in einem Anschluss eines Tors in das Zweitor fließt, auch zur gleichen Zeit wieder aus dem anderen Anschluss dieses Tors hinaus.
- Das Netzwerk muss linear sein. Dies erfordert unter Umständen eine Linearisierung nichtlinearer Bauelemente.
- Das Netzwerk muss stabil sein. Dies bedeutet in diesem Zusammenhang, dass das Zweitor keine unabhängigen Quellen enthalten darf. Von internen Spannungen oder Strömen gesteuerte Quellen hingegen sind zulässig.
- Alle fließenden Ströme und Spannungen sind sinusförmig. Dies stellt jedoch nach einer Fourierreihenzerlegung keine Beschränkung der Signalform dar.

Werden diese Eigenschaften erfüllt, lässt sich jedes Zweitor durch zwei Ein- und Ausgangsgrößen sowie zwei lineare Differenzialgleichungen vollständig beschreiben. Eine umfangreichere Betrachtung der Zweitortheorie findet sich in [67, 32]. Eine komprimierte Zusammenfassung der Zweitortheorie zeigt [46].

Je nach Definition der Ein- oder Ausgangsgrößen lassen sich verschiedene Beschreibungsformen herleiten. In dieser Arbeit kommen die Impedanzmatrix (\mathcal{Z}) und die Kettenmatrix (\mathcal{A}) zur Anwendung. Die Beschreibung durch eine Kettenmatrix hat im Gegensatz zu der Beschreibung durch eine Impedanzmatrix den Vorteil, dass das Ergebnis einer Kaskadierung von mehreren Netzwerken durch eine Multiplikation der einzelnen Netzwerkmatrizen errechnet werden kann [32]. Die Impedanzmatrix hat den Vorteil, dass das Arbeiten mit Impedanzen oft anschaulicher erscheint. Überdies hinaus entspricht die Beschreibungsform der Impedanzmatrix auch den bekannten Transformatorgleichungen.

Abbildung B.1 zeigt ein allgemeines Zweitor mit den hier gewählten Zählpfeilrichtungen der Spannungen und Ströme. Der Fettdruck verdeutlicht, dass die angegebenen

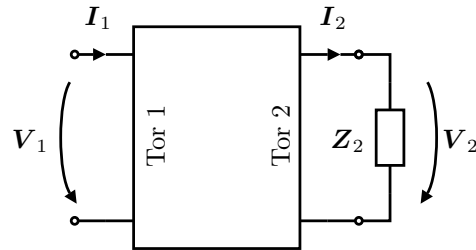


Abbildung B.1.: Definierte Zählpfeile am belasteten Zweitor

Größen durch komplexe Amplituden beschrieben werden. Anders als in nachrichtentechnischen Systemen üblich, wurde an Tor 1 ein Verbrauch- und an Tor 2 ein Erzeugerzählpeilsystem definiert. Diese Definition vereinfacht aus leistungselektronischer Sicht das Zusammenschalten von mehreren Zweitoren. Gleichzeitig deckt sich die Richtung der eingezeichneten Ströme oft mit der Richtung des physikalischen Stromflusses.

Aufgrund dieser abweichenden Definition ändern sich die Gleichungen der Übertragungsfunktionen sowie die Umrechnung zwischen den Beschreibungsformen im Vergleich zur angegebenen Literatur [46, 32, 67].

Für ein System, beschrieben mit einer Impedanzmatrix, gilt das Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} z_{1,1} & z_{1,2} \\ z_{2,1} & z_{2,2} \end{bmatrix}}_{\text{Impedanzmatrix } \mathcal{Z}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.1})$$

Unter Verwendung der Kettenmatrix lässt sich (B.1) auch durch das äquivalente Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{I}_1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{a}_{1,1} & \mathbf{a}_{1,2} \\ \mathbf{a}_{2,1} & \mathbf{a}_{2,2} \end{bmatrix}}_{\text{Kettenmatrix } \mathcal{A}} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_2 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

beschreiben. Die Überführung der Impedanzmatrix in eine Kettenmatrix ist durch

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{1,1} & \mathbf{a}_{1,2} \\ \mathbf{a}_{2,1} & \mathbf{a}_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{z_{1,1}}{z_{2,1}} & -\frac{\det \mathcal{Z}}{z_{2,1}} \\ 1 & -\frac{z_{2,2}}{z_{2,1}} \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

möglich. Die umgekehrte Überführung der Kettenmatrix in eine Impedanzmatrix ist auf ähnliche Weise durch

$$\mathcal{Z} = \begin{bmatrix} z_{1,1} & z_{1,2} \\ z_{2,1} & z_{2,2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{a}_{1,1}}{\mathbf{a}_{2,1}} & -\frac{\det \mathcal{A}}{\mathbf{a}_{2,1}} \\ 1 & -\frac{\mathbf{a}_{2,2}}{\mathbf{a}_{2,1}} \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

gegeben. Für die Spannungsübertragungsfunktion mit (B.1) und (B.2) gilt entsprechend Abbildung B.1

$$\mathbf{H}_v = \frac{\mathbf{Z}_2 z_{2,1}}{\mathbf{Z}_2 z_{1,1} - \det \mathcal{Z}} = \frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{a}_{1,1} \mathbf{Z}_2 + \mathbf{a}_{1,2}} \quad (\text{B.5})$$

und für die Stromübertragungsfunktion

$$\mathbf{H}_i = \frac{\mathbf{I}_r}{\mathbf{I}_t} = \frac{z_{2,1}}{\mathbf{Z}_2 - z_{2,2}} = \frac{1}{\mathbf{a}_{2,1} \mathbf{Z}_2 + \mathbf{a}_{2,2}}. \quad (\text{B.6})$$

In der Literatur wird häufig eine Leistungsübertragungsfunktion angegeben, welche die Ausgangsscheinleistung S_2 im Bezug zur Eingangsscheinleistung S_1 darstellt. Sie ist gegeben durch

$$\mathbf{H}_p = \frac{S_2}{S_1} = \mathbf{H}_v \mathbf{H}_i^*. \quad (\text{B.7})$$

Hier wird die Konjugation der Stromübertragungsfunktion nötig. Die Transferimpedanz ist nach (B.6) gegeben durch

$$\mathbf{Z}_{tf} = \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{I}_1} = \mathbf{H}_i \mathbf{Z}_2 = \frac{z_{2,1} \mathbf{Z}_2}{\mathbf{Z}_2 - z_{2,2}} = \frac{\mathbf{Z}_2}{\mathbf{a}_{2,1} \mathbf{Z}_2 + \mathbf{a}_{2,2}}. \quad (\text{B.8})$$

Die Transferadmittanz lässt sich unter Verwendung von (B.5) zu

$$\mathbf{Y}_{tf} = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{V}_1} = \mathbf{H}_v \frac{1}{\mathbf{Z}_2} = \frac{z_{2,1}}{z_{1,1} \mathbf{Z}_2 - \det \mathcal{Z}} = \frac{1}{\mathbf{a}_{1,1} \mathbf{Z}_2 + \mathbf{a}_{1,2}} \quad (\text{B.9})$$

bestimmen. Eine weitere charakteristische Größe ist die Eingangsimpedanz \mathbf{Z}_1 . Sie lässt sich, wie auch die Transferimpedanz und die Transferadmittanz, aus der Spannungs- und der Stromübertragungsfunktion bestimmen. Es gilt

$$\mathbf{Z}_1 = \frac{\mathbf{V}_1}{\mathbf{I}_1} = \frac{\mathbf{H}_i}{\mathbf{H}_v} \mathbf{Z}_2 = \frac{z_{1,1} \mathbf{Z}_2 - \det \mathcal{Z}}{\mathbf{Z}_2 - z_{2,2}} = \frac{\mathbf{a}_{1,1} \mathbf{Z}_2 + \mathbf{a}_{1,2}}{\mathbf{a}_{2,1} \mathbf{Z}_2 + \mathbf{a}_{2,2}}. \quad (\text{B.10})$$

Der Wirkungsgrad beschreibt das Verhältnis von Ausgangs- zu Eingangswirkleistung. Mit der Lastimpedanz \mathbf{Z}_2 lässt er sich unter Verwendung von (B.6) und (B.10) durch den Zusammenhang

$$\eta = \frac{|\mathbf{I}_2|^2 R_2}{|\mathbf{I}_1|^2 R_1} = |\mathbf{H}_i|^2 \frac{R_2}{R_1} \quad (\text{B.11})$$

berechnen. R_1 und R_2 beschreiben gemäß $\mathbf{Z} = R + jX$ jeweils den Realteil von \mathbf{Z}_1 respektive \mathbf{Z}_2 .

Der Leistungsfaktor beschreibt das Verhältnis aus aufgenommener Wirk- und Scheinleistung. Nach Kürzen des Eingangsstroms in der nötigen Division lässt sich der Leistungsfaktor aus (B.10) durch

$$\lambda = \frac{R_1}{|\mathbf{Z}_1|} \quad (\text{B.12})$$

ermitteln. Er gibt Auskunft über die Art der Belastung der speisenden Quelle. Ein geringer Leistungsfaktor hat zum Beispiel zur Folge, dass bei der Dimensionierung der Quelle auch ein deutlicher Blindstrom berücksichtigt werden muss.

Bei einem Zweitor besteht im Allgemeinen eine Kopplung zwischen dem Eingangst- und dem Ausgangstor. Hier lässt sich ein Kopplungsfaktor definieren, welcher nach [68] durch den Zusammenhang

$$\mathbf{k} = \sqrt{\frac{\mathbf{z}_{1,2}\mathbf{z}_{2,1}}{\mathbf{z}_{1,1}\mathbf{z}_{2,2}}} = \sqrt{1 - \frac{\mathbf{a}_{1,2}\mathbf{a}_{2,1}}{\mathbf{a}_{1,1}\mathbf{a}_{2,2}}} \quad (\text{B.13})$$

gegeben ist.

Es soll nochmals darauf hingewiesen werden, dass das Vorzeichen des Ausgangsstroms \mathbf{I}_2 im Gegensatz zu der sonst üblichen Darstellung von nachrichtentechnischen Systemen gedreht ist und (B.3)–(B.10) nur in diesem Fall gültig sind.

B.1. Messtechnische Bestimmung der Zweitorparameter

Zur messtechnischen Bestimmung sind mehrere Methoden bekannt. An dieser Stelle soll eine Verallgemeinerung einer bekannten Methoden vorgestellt werden. Sie findet in [32] zur Charakterisierung induktiver, verlustfreier Kopplungen Anwendung.

Zu Beginn muss eine beliebige Definition der beiden Tore mit je einem oberen und einem unteren Anschluss erfolgen. Aus dem Ersatzschaltbild 3.2 ist ersichtlich, dass bei einem Leerlauf des Ausgangstors am Eingangstor eine Impedanz von

$$\mathbf{Z}_{1_o} = \mathbf{Z}_{11} - \mathbf{Z}_{12} + \mathbf{Z}_{22} = \mathbf{Z}_{11} \quad (\text{B.14})$$

gemessen werden kann. Ähnliches gilt für das Ausgangstor, wenn das Eingangstor im Leerlauf ist. Hier lässt sich im Leerlauf \mathbf{Z}'_{2_o} und damit \mathbf{Z}_{22} messen. Damit sind zwei der drei Impedanzen aus dem Ersatzschaltbild 3.2 direkt zugänglich.

Die dritte Impedanz Z_{12} kann durch zwei weitere Impedanzmessungen ermittelt werden. Hierzu wird ein Anschluss des Eingangstors mit je einem der beiden Anschlüsse des Ausgangstors verbunden und die Impedanz zwischen den beiden übrigen Anschlüssen gemessen. Dies veranschaulicht Abbildung B.2.

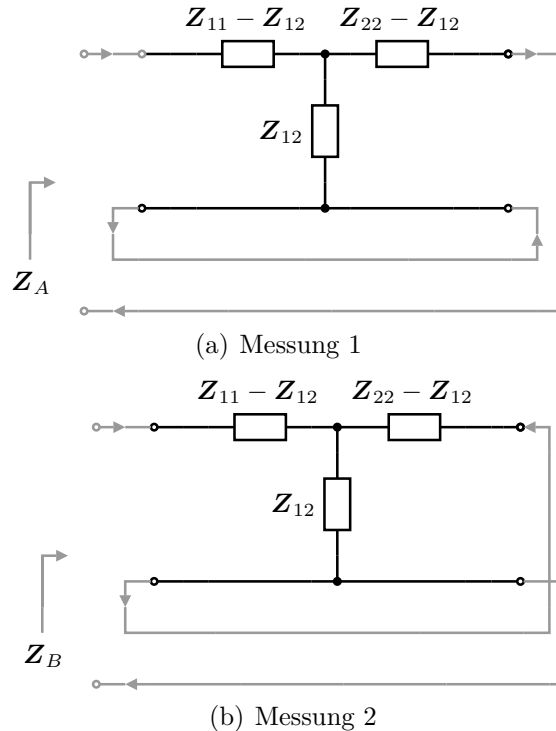


Abbildung B.2.: Messung von zwei Impedanzen zur Bestimmung von Z_{12}

Im ersten Fall aus Abbildung B.2(a) fließt in der Impedanz Z_{12} in der Summe kein Strom. An den offenen Klemmen lässt sich die Impedanz

$$Z_A = Z_{11} + Z_{22} - 2Z_{12} \quad (\text{B.15})$$

messen. Im zweiten Fall, Abbildung B.2(b), fließt der Eingangsstrom zweifach durch die Impedanz Z_{12} , was zu einer Verdopplung der Spannung über dieser Impedanz führt. An den offenen Klemmen lässt sich eine Impedanz von

$$Z_B = Z_{11} + Z_{22} + 2Z_{12} \quad (\text{B.16})$$

messen. Aus (B.15) und (B.16) folgt nach einer Subtraktion der beiden Messungen

$$Z_{12} = \frac{Z_B - Z_A}{4} \quad (\text{B.17})$$

Wird das Zweitor zur Energieübertragung einer Wechselgröße genutzt, spielt die Polung des Ausgangstors oft eine untergeordnete Rolle. Kann auf diese Kenntnis verzichtet werden, findet eine weitere einfachere Methode Anwendung. Hier reicht neben den beiden Leerlaufmessungen gemäß (B.14) eine Messung der Eingangsimpedanz bei kurzgeschlossenem Ausgangstor. In dieser Konfiguration gilt für die Eingangsimpedanz

$$\mathbf{Z}_{1s} = \mathbf{Z}_{11} - \mathbf{Z}_{12} + \left(\frac{1}{\mathbf{Z}_{12}} + \frac{1}{\mathbf{Z}_{22} - \mathbf{Z}_{12}} \right)^{-1}. \quad (\text{B.18})$$

Aus (B.14) und (B.18) lässt sich die Impedanz \mathbf{Z}_{12} ableiten. Sie ist gegeben durch

$$\mathbf{Z}_{12} = \pm \sqrt{\mathbf{Z}_{2o} (\mathbf{Z}_{1o} - \mathbf{Z}_{1s})}. \quad (\text{B.19})$$

Das tatsächliche Vorzeichen der Impedanz \mathbf{Z}_{12} ist bei der vereinfachten Methode nicht bekannt und muss definiert werden. Dies hat, je nach Wahl, einen Phasenfehler der Beziehung zwischen dem Ein- und dem Ausgangstor von π zur Folge. Dieser Fehler lässt sich durch die Vernachlässigung der Polung des Ausgangstors erklären.

B.2. Synthetisierung der reziproken Systemmatrix

Liegt eine Reziprozität [69] der Systemmatrix vor, gilt für (B.1) der Zusammenhang $z_{1,2} = -z_{2,1}$. Daraus wird deutlich, dass das reziproke System durch drei Impedanzen vollständig beschrieben ist. Der folgende Abschnitt zeigt, wie aus einer bekannten Impedanzmatrix \mathcal{Z}_{12} oder Kettenmatrix \mathcal{A}_{12} ein praktisches Netzwerk mit identischem Klemmverhalten hergeleitet werden kann. Dies soll anhand eines T -Netzwerks und eines Π -Netzwerks, bestehend aus jeweils drei Impedanzen, vorgestellt werden.

B.2.1. T -Netzwerk

Das T -Netzwerk ist in Abbildung B.3 dargestellt. Für diese folgt aus [46] die Ketten-

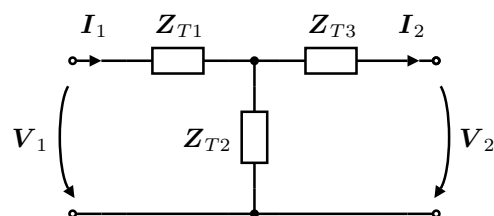


Abbildung B.3.: Allgemeines T -Netzwerk

matrix

$$\mathcal{A}_T = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\mathbf{Z}_{T1}}{\mathbf{Z}_{T2}} & \mathbf{Z}_{T1} + \mathbf{Z}_{T3} + \frac{\mathbf{Z}_{T1}\mathbf{Z}_{T3}}{\mathbf{Z}_{T2}} \\ \frac{1}{\mathbf{Z}_{T2}} & 1 + \frac{\mathbf{Z}_{T3}}{\mathbf{Z}_{T2}} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.20})$$

aus welcher nach einem Koeffizientenvergleich mit (B.2) die drei Impedanzen \mathbf{Z}_{T1} bis \mathbf{Z}_{T3} in Abhängigkeit einer allgemeinen Kettenmatrix \mathcal{A} direkt ermittelt werden können. Diese werden zur Vereinfachung der Darstellung in einem Vektor $\vec{\mathbf{Z}}_T$ zusammengefasst. Des Weiteren können mit (B.3) auch die entsprechenden Impedanzen in Abhängigkeit einer Impedanzmatrix \mathcal{Z} errechnet werden. Zusammenfassend gilt

$$\vec{\mathbf{Z}}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{T1} \\ \mathbf{Z}_{T2} \\ \mathbf{Z}_{T3} \end{bmatrix} = \frac{1}{\mathbf{a}_{2,1}} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{1,1} - 1 \\ 1 \\ \mathbf{a}_{2,2} - 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{z}_{1,1} + \mathbf{z}_{1,2} \\ -\mathbf{z}_{1,2} \\ \mathbf{z}_{1,2} - \mathbf{z}_{2,2} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.21})$$

B.2.2. II-Netzwerk

Das II-Netzwerk ist in Abbildung B.4 dargestellt. Aus dieser folgt nach [46] die Ket-

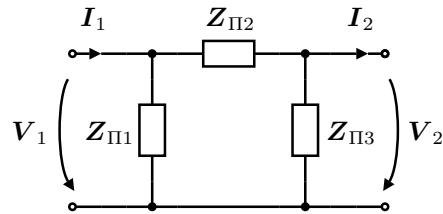


Abbildung B.4.: Allgemeines II-Netzwerk

tenmatrix

$$\mathcal{A}_{II} = \begin{bmatrix} 1 + \frac{\mathbf{Z}_{II2}}{\mathbf{Z}_{II3}} & \mathbf{Z}_{II2} \\ \frac{1}{\mathbf{Z}_{II1}} + \frac{1}{\mathbf{Z}_{II3}} + \frac{\mathbf{Z}_{II2}}{\mathbf{Z}_{II1}\mathbf{Z}_{II3}} & 1 + \frac{\mathbf{Z}_{II2}}{\mathbf{Z}_{II1}} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.22})$$

Wie auch in Abschnitt B.2.1 kann hier ein Vektor angegeben werden, welcher die Impedanzen \mathbf{Z}_{II1} bis \mathbf{Z}_{II3} aus einer bekannten Impedanz- oder Kettenmatrix bestimmt. Es

gilt

$$\vec{\mathbf{Z}}_{\Pi} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{\Pi 1} \\ \mathbf{Z}_{\Pi 2} \\ \mathbf{Z}_{\Pi 3} \end{bmatrix} = \mathbf{a}_{1,2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\mathbf{a}_{2,2} - 1} \\ 1 \\ 1 \\ \frac{1}{\mathbf{a}_{1,1} - 1} \end{bmatrix} = \det \mathcal{Z} \begin{bmatrix} \frac{1}{\mathbf{z}_{2,2} - \mathbf{z}_{1,2}} \\ \frac{1}{\mathbf{z}_{1,2}} \\ 1 \\ -\frac{1}{\mathbf{z}_{1,1} + \mathbf{z}_{1,2}} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.23})$$

Mit (B.23) sind die Impedanzen des Π -Netzwerks bekannt. In einigen Fällen ist die direkte Umrechnung des Vektors $\vec{\mathbf{Z}}_{\Pi}$ in den Vektor des T -Netzwerks $\vec{\mathbf{Z}}_T$ oder umgekehrt interessant. Dies ist durch

$$\vec{\mathbf{Z}}_{\Pi} = \mathbf{T} \vec{\mathbf{Z}}_T \quad (\text{B.24})$$

$$\vec{\mathbf{Z}}_T = \mathbf{T}^{-1} \vec{\mathbf{Z}}_{\Pi} \quad (\text{B.25})$$

mit

$$\mathbf{T} = \mathbf{a}_{1,2} \mathbf{a}_{2,1} \begin{bmatrix} \frac{1}{(\mathbf{a}_{1,1} - 1)(\mathbf{a}_{2,2} - 1)} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{(\mathbf{a}_{1,1} - 1)(\mathbf{a}_{2,2} - 1)} \end{bmatrix} \quad (\text{B.26})$$

$$= -\frac{\det \mathcal{Z}}{\mathbf{z}_{1,2}^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\left(\frac{\mathbf{z}_{1,1}}{\mathbf{z}_{1,2}} + 1\right) \left(1 - \frac{\mathbf{z}_{2,2}}{\mathbf{z}_{1,2}}\right)} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\left(\frac{\mathbf{z}_{1,1}}{\mathbf{z}_{1,2}} + 1\right) \left(1 - \frac{\mathbf{z}_{2,2}}{\mathbf{z}_{1,2}}\right)} \end{bmatrix}$$

möglich.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Nikola Tesla vor einer Spule, Quelle: www.teslasociety.com	11
2.1	Γ_1 -Ersatzschaltbild der verlustlosen Transformatorgleichungen	17
2.2	Normierter Betrag der Eingangsscheinleistung (2.4) in Abhängigkeit des Kopplungsfaktors k_X und des normierten Lastwiderstandes	18
2.3	Beispielresonanzbeschaltung des verlustlosen Übertragungssystems	19
2.4	Weitere Beispielresonanzbeschaltung des verlustlosen Übertragungssystems	21
2.5	Normierter Betrag der Spannungsübertragungsfunktion, aufgetragen über normierter Frequenz	22
3.1	Übertragungssystem als Zweitor, belastet durch die Impedanz Z_r	24
3.2	T-Impedanzmodell	26
3.3	Belastetes T-Impedanzmodell	27
3.4	Wirkungsgrad über der Übertragungsgüte	31
3.5	Wirkungsgrad von zwei unterschiedlichen Übertragungssystemen nach (3.14), aufgetragen über dem variablen Realteil der Lastimpedanz Z_r	33
3.6	Maximalwirkungsgrad sowie Wirkungsgrad an der Bandgrenze, aufgetragen über der Übertragungsgüte	34
3.7	Reaktanzbehaftete Spannungsquelle	38
3.8	Reaktanzbehaftete Stromquelle	39
3.9	T-Impedanzmodell nach Erweiterung mit einem Idealen Transformator	41
3.10	Transformator mit komplexem Übersetzungsverhältnis	42
3.11	Zusammenhang zwischen Eingangs- und Ausgangsscheinleistung am Komplexen Übertrager	43
3.12	Ersatzschaltbilder des Impedanzmodells mit Komplexem Transformator	45
3.13	Vergleich zwischen Idealem Gyrator und Komplexem Gyrator	47
3.14	Ersatzschaltbild des Übertragungssystems aus den Z-Parametern (3.3) unter Verwendung des Komplexen Gyrtors	49
3.15	Ersatzschaltbild des Übertragungssystems gemäß Abbildung 3.14(a), mit $R_{tr} = 0$, der Lastreaktanz $X_r = X_{r,\eta}$ nach (3.13) sowie der Quellreaktanz $X'_t = X_t$ entsprechend (3.51)	50
3.16	Anwendungsbeispiel zum induktiven Übertragungssystem A.1	51
3.17	Anwendungsbeispiel zum kapazitiven Übertragungssystem A.2	52

3.18	Übertragungssystem mit 4 gekoppelten Spulen, Quelle: [31]	53
3.19	Übertragungssystem mit 4 gekoppelten Spulen	54
3.20	Optimiertes Übertragungssystem mit 2 gekoppelten Spulen	55
4.1	Anpassung von Quelle und Last an vorhandenen Übertragungssystem	56
4.2	Spannungsgespeistes Übertragungssystem, Lastimpedanz durch Reihenschaltung (3.21)	58
4.3	Spannungsgespeistes Übertragungssystem, Lastimpedanz durch Parallelschaltung (3.22)	60
4.4	Stromgespeistes Übertragungssystem, Lastimpedanz durch Parallelschaltung (3.21)	61
4.5	Stromgespeistes Übertragungssystem, Lastimpedanz durch Parallelschaltung (3.22)	62
4.6	Anpassung der Senke an das vorgegebene Übertragungssystem	63
4.7	Netzwerk zur transformatorischen Reihenlastanpassung	64
4.8	Lastanpassung mit Π -Netzwerk	64
4.9	Netzwerk zur gyratorischen Reihenlastanpassung	65
4.10	Lastanpassung mit T -Netzwerk	66
4.11	Netzwerk zur transformatorischen Parallellastanpassung	67
4.12	Netzwerk zur gyratorischen Parallellastanpassung	68
4.13	Anpassung der Quelle an das vorgegebene Übertragungssystem	70
4.14	Transformatorische Spannungspeisung	71
4.15	Quellanpassung mit Π -Netzwerk	72
4.16	Gyratorische Spannungspeisung	73
4.17	Quellanpassung mit T -Netzwerk	74
4.18	Transformatorische Stromspeisung	74
4.19	Gyratorische Stromspeisung	75
4.20	Verschiebung des Wirkungsgrades durch eine Lastanpassung, aufgetragen über einem variablen Realteil der Lastimpedanz	79
4.21	Anwendungsbeispiel zur Übertragungssystemanpassung	81
4.22	Anwendungsbeispiel zur gyratorischen Parallellastanpassung beim kapazitiven Beispielsystem	82
4.23	Anwendungsbeispiel zur gyratorischen Parallellastanpassung beim induktiven Beispielsystem	83
4.24	Anwendungsbeispiel zur transformatorischen Spannungspeisung beim kapazitiven Beispielsystem	85
4.25	Anwendungsbeispiel zur transformatorischen Spannungspeisung beim induktiven Beispielsystem	86
4.26	Aus Abbildung 3.18 bekannte Darstellung eines Übertragungssystems mit vier gekoppelten Induktivitäten, Quelle: [31]	86
4.27	Induktives Modell der vereinfachten Transformatorgleichungen (4.72)	87
4.28	Synthetisierung des Komplexen Gyrators zu einem T -Netzwerk	88

4.29	Übertragungssystem mit vier gekoppelten Induktivitäten 3.19 dargestellt mit drei Komplexen Gyrotoren	88
5.1	Mögliches Regelungsmodell	92
A.1	Beispielsysteme zur induktiven und kapazitiven Nahfeldkopplung . . .	95
A.2	Beispielsystem zur induktiven Kopplung	97
A.3	Leiterschleife	98
A.4	Berechnung der magnetischen Flussdichte unter Verwendung des Biot-Savart-Gesetzes in der r - φ -Ebene	98
A.5	Normiertes Vektorfeld einer stromdurchflossenen Leiterschleife nach Biot-Savart	101
A.6	Zwei magnetisch gekoppelte Leiterschleifen	103
A.7	Kopplungsfaktor $k_{X_{rt}}$ zwischen zwei identischen Leiterschleifen über axialem Abstand g	104
A.8	Beispielsystem zur kapazitiven Kopplung	110
A.9	Erstes Modell der kapazitiven Kopplung	111
A.10	Position des Koppelkondensators C_{c1}	111
A.11	Schwer zugängliches Urbild sowie einfache Abbildung	112
A.12	Äquipotentialkörper in unterschiedlichen Dielektrika	114
A.13	Position des oberen Flächenstreukondensators sowie Zusammenfassung	115
A.14	Feldbild am Flächenstreukondensator	115
A.15	Integration über die Elektrodenfläche	117
A.16	Position des Seitenstreukondensators sowie gewählte Näherung	118
A.17	Annäherung des Seitenstreukondensators durch zwei rechtwinklige Elektroden, dargestellt in der z -Ebene	119
A.18	Positionierung der Winkel des Polygons auf der t -Achse	120
A.19	Feldbild am Seitenstreukondensator	122
A.20	Korrespondenz der Eckpunkte in z zur w -Ebene	123
A.21	Verlustfreies Ersatzschaltbild der kapazitiven Kopplung	125
A.22	II-Modell der kapazitiven Kopplung	125
B.1	Definierte Zählpeile am belasteten Zweitor	128
B.2	Messung von zwei Impedanzen zur Bestimmung von Z_{12}	131
B.3	Allgemeines T -Netzwerk	132
B.4	Allgemeines II-Netzwerk	133

Literatur

- [1] Stephan M. Günther. *Wissenschaftler und Ethik - Thomas A. Edison & Nikola Tesla*. Seminar - Wissenschaftler und Ethik. Technische Universität München, 2009.
- [2] Fritz Fraunberger. *Illustrierte Geschichte der Elektrizität*. Aulis Verlag Deubner & Co. KG, Prisma Verlag GmbH, 1985.
- [3] Nikola Tesla. »System of transmission of electrical energy«. Pat. US645576A. 1900.
- [4] Nikola Tesla. »Art of transmitting electrical energie through the natural mediums«. Pat. US787412. 1905.
- [5] Jane Alcorn u. a. »Nikola Tesla - Forgotten genius of electricity and his historical wardencllyffe laborator«. In: *Tesla Conference 2011 - Exploring Tesla's Technologies*. 2011.
- [6] Jaime Garnica, Raul A. Chinga und Lin Jenshan. »Wireless Power Transmission: From Far Field to Near Field«. In: *Proceedings of the IEEE 99* (2013), S. 1–11.
- [7] Tobias Häuser. *Geschichte der Herzschrittmachertherapie*. St. Jude Medical GmbH. 2008. URL: <http://www.sjm.de/50-jahre-herzschrittmacher/aktionen.html> (besucht am 14.09.2013).
- [8] Farouk Balouchi und Bob Gohn. *Research Report, Executive Summary: Wireless Power*. 2012.
- [9] Warren L. Stutzman und Gary A. Thiele. *Antenna Theory and Design*. John Wiley & Sons, Inc., 2013.
- [10] William C. Brown. »The History of Power Transmission by Radio Waves«. In: *IEEE Transactions of Microwave Theory and Techniques* 32 (1984), S. 1230–1242.
- [11] Maurice G. L. Roes u. a. »Acoustic Energy Transfer: A Review«. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 60 (2013), S. 242–248.

-
- [12] Dryden Flight Research Center. *Beamed Laser Power For UAVs*. NASA - National Aeronautics und Space Administration. 2005. URL: http://www.nasa.gov/centers/dryden/pdf/120329main_FS-087-DFRC.pdf (besucht am 14.09.2013).
- [13] Thomas J. Nugent und Jordin T. Kare. *Laser Power for UAVs*. LaserMotive, LLC. 2010. URL: <http://lasermotive.com/products/uav-power-links/> (besucht am 14.09.2013).
- [14] Thomas J. Nugent und Jordin T. Kare. »Laser power beaming for defense and security applications«. In: *Unmanned Systems Technology XIII* 8045 (2011).
- [15] Peter E. Glaser. »Method and Apparatur for Converting Solar Radiation to Electrical Power«. Pat. US3781647. 1973.
- [16] Takanori Narita u. a. »The Development of Space Solar Power System Technologies«. In: *Mitsubishi Heavy Industries Technical Review* 48 (2011), S. 17–22. URL: <http://www.mhi.co.jp/technology/review/pdf/e484/e484017.pdf> (besucht am 14.09.2013).
- [17] Martin Buchholz u. a. »RFID - Flächendeckende Lokalisierung von Objekten im Medizin- und Pflegeumfeld«. In: *ISIS AutoID / RFID Special* 1-2011 (2011).
- [18] Chao Liu und Aiguo Patrick Hu. »Steady State Analysis of a Capacitively Coupled Contactless Power Transfer System«. In: *Energy Conversion Congress and Exposition* 2009 (2009), S. 3233–3238.
- [19] Chao Liu, Aiguo Patrick Hu und Mickel Budhia. »A Generalized Coupling Model for Capacitive Power Transfer Systems«. In: *IECON 2010 - Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society* 36 (2010), S. 274–279.
- [20] Nick de N. Donaldson und T. A. Perkins. »Analysis of resonant coupled coils in the design of radio frequency transcutaneous links«. In: *Medical & Biological Engineering & Computing* 21 (1983), S. 612–627.
- [21] E. Abel und Third S.M. »Contactless power transfer - An exercise in topology«. In: *IEEE Transactions on Magnetics* 20 (1984), S. 1813–1815.
- [22] Dominik Huwig. »Inductively Coupled Power Transfer - Kontaktloser Leistungstransfer und synchrone Informationsübertragung zwischen Systemen schwacher induktiver Kopplung«. Diplom (FH). Hochschule für Technik und Wirtschaft des Saarlandes, 2007.
- [23] Stephan Horras. »Standardisierung induktiver Energieübertragung«. In: *Elektronik wireless power congress* 2 (2013), S. 49–50.
- [24] Yoon Goo Kim und Sangwook Nam. »Analysis of Wireless Power Transfer Using Spherical Modes«. In: *International Workshop on Antenna Technology* 8 (2012), S. 165–168.

- [25] Meysam Zargham und P. Glenn Gulak. »Maximum Achievable Efficiency in Near-Field Coupled Power-Transfer Systems«. In: *Transactions on Biomedical Circuits and Systems* 6 (2012), S. 228–245.
- [26] Rui-Feng Xue, Kuang-Wei Cheng und Minkyu Je. »High-Efficiency Wireless Power Transfer for Biomedical Implants by Optimal Resonant Load Transformation«. In: *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*: 60 (2013), S. 867–874.
- [27] E. Bou, E. Alarcon und J. Gutierrez. »A Comparison of Analytical Models for Resonant Inductive Coupling Wireless Power Transfer«. In: *Electromagnetics Research Symposium Proceedings 2012* (2012), S. 689–693.
- [28] Mehdi Kiani und Maysam Ghovanloo. »The Circuit Theory Behind Coupled-Mode Magnetic Resonance-Based Wireless Power Transmission«. In: *IEEE Transactions on Circuits and Systems* 59 (2012), S. 2065–2074.
- [29] Hermann A. Haus und Weiping Huang. »Coupled-Mode Theory«. In: *Proceedings of the IEEE* 79 (1991), S. 1505–1518.
- [30] Aristeidis Karalisa, J.D. Joannopoulosb und Marin Soljačić. »Efficient wireless non-radiative mid-range energy transfer«. In: *Annals of Physics* 323 (2008), S. 34–48.
- [31] André Kurs. »Power Transfer Through Strongly Coupled Resonances«. Master of Science on Physics. Massachusetts Institute of Technology, 2007.
- [32] Horst Wupper. *Elektronische Schaltungen 1 - Grundlagen, Analyse, Aufbau*. Springer Verlag, 1996.
- [33] Richard Feldtkeller. *Theorie der Spulen und Übertrager*. S. Hirzel Verlag Stuttgart, 1971.
- [34] Oskar H. Stielau und Grant Anthony Covic. »Design of loosely coupled inductive power transfer systems«. In: *International Conference on Power System Technology - POWERCON 1* (2000), S. 85–90.
- [35] Chwei-Sen Wang, Grant Anthony Covic und Oskar H. Stielau. »Power Transfer Capability and Bifurcation Phenomena of Loosely Coupled Inductive Power Transfer Systems«. In: *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 51 (2004), S. 148–157.
- [36] Zhou Wenqi und Ma Hao. »Design Considerations of Compensation Topologies in ICPT System«. In: *Applied Power Electronics Conference - APEC* (2007), S. 985–990.
- [37] Robert W. Erickson und Dragan Maksimović. *Fundamentals of Power Electronics*. Bd. 2. Kluwer Academic publishers, 2004.

-
- [38] Daniel Kürschner und Christian Rathge. »Contactless Energy Transmission Systems with Improved Coil Positioning Flexibility for High Power Applications«. In: *Power Electronics Specialists Conference 13* (2008), S. 4326–4332.
- [39] Jürgen Biela und Johann Walter Kolar. »Electromagnetic Integration of High Power Resonant Circuits Comprising High Leakage Inductance Transformers«. In: *Power Electronics Specialists Conference 35* (2004), S. 4537–4545.
- [40] Douglas C. Galbraith, Mani Soma und Robert L. White. »A Wide-Band Efficient Inductive Transdermal Power and Data Link with Coupling Insensitive Gain«. In: *Transactions on Biomedical Engineering BME-34* (1987), S. 265–275.
- [41] Peter Wambsganß und Dominik Huwig. »Inductive power transmission system with stabilized output voltage using local primary-and secondary-side control«. In: *Power Electronics and Motion Control Conference 14* (2010), S15/1–S15/8.
- [42] Jeroen de Boeij u. a. »Contactless power supply for moving sensors and actuators in high-precision mechatronic systems with long-stroke power transfer capability in x-y plane«. In: *Sensors and Actuators A: Physical* 148 (2008), S. 319–328.
- [43] Artur J. Moradewicz und Marian P. Kazmierkowski. »Resonant Converter Based Contactless Power Supply for Robots and Manipulators«. In: *Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems* 2 (2008), S. 20–25.
- [44] Karl Küpfmüller, Wolfgang Mathis und Albrecht Reibiger. *Theoretische Elektrotechnik - Eine Einführung*. Springer Verlag, 2005.
- [45] Richard Feldtkeller. *Monographien der elektrischen Nachrichtentechnik, Band 2, Einführung in die Vierpoltheorie*. S. Hirzel Verlag Stuttgart, 1962.
- [46] Gerhard Krucker. »Analoge Systeme 1 (ELA4) - 3. Netzwerke«. In: *Krucker Engineering* - <http://www.krucker.ch/>, 2004. Kap. Netzwerke.
- [47] Eberhard Waffenschmidt und Toine Staring. »Limitation of inductive power transfer for consumer applications«. In: *European Conference on Power Electronics and Applications (EPE)* 13 (2009), S. 1–10.
- [48] Eberhard Waffenschmidt. »Wireless Power for Mobile Devices«. In: *IEEE Telecommunications Energy Conference (INTELEC)* 33 (2011), S. 1–9.
- [49] Kamil A. Grajski, Ryan Tseng und Chuck Wheatley. »Loosely-coupled wireless power transfer: Physics, circuits, standards«. In: *IEEE International Memory Workshop 2012* (2012), S. 9–14.
- [50] Bernard D.H. Tellegen. »The Gyrator, a new electric network element«. In: *Philips Research Report* 3 (1948), S. 81–101.

- [51] Jin Huh u. a. »Characterization of Novel Inductive Power Transfer Systems for On-Line Electric Vehicles«. In: *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC) 26* (2011), S. 1975–1979.
- [52] Anil Kumar RamRakhyani, Shahriar Mirabbasi und Mu Chiao. »Design and optimization of resonance-based efficiency wireless power delivery systems for biomedical implants«. In: *IEEE Transactions on biomedical circuits and systems, Vol 5, No. 1*. IEEE. 2011.
- [53] André Kurs u. a. »Wireless Power Transfer via Strongly Coupled Magnetic Resonances«. In: *Science* 317 (2007), S. 83–86.
- [54] Chunbo Zhu u. a. »Simulation and experimental analysis on wireless energy transfer based on magnetic resonances«. In: *Vehicle Power and Propulsion IEEE Conference - VPPC 4* (2008), S. 1–4.
- [55] Dominik Huwig. »Verlustfreie Gleichrichtermodulation - Eingangsimpedanzmodulation am aktiven Brückengleichrichter zur unidirektionalen Datenübertragung in induktiv gekoppelten Systemen«. In: *Seminar: Elektrische Schaltungen*. FernUniversität Hagen, 2010.
- [56] Eberhard Herter und Wolfgang Lörcher. *Nachrichtentechnik - Übertragung - Vermittlung - Verarbeitung*. Hrsg. von Walter Röcker. Carl Hanser Verlag GmbH & CO. KG, 2004.
- [57] Otfried Georg. *Elektromagnetische Felder und Netzwerke - Anwendungen in Mathcad und PSpice*. Springer Verlag, 1999.
- [58] Horst Stöcker. *Taschenbuch mathematischer Formeln und moderner Verfahren*. 4. Aufl. Verlag Harri Deutsch, 2003.
- [59] Klaus Finkenzeller. *RFID Handbuch - Grundlagen und praktische Anwendungen von Transpondern, kontaktlosen Chipkarten und NFC*. 5. Aufl. Carl Hanser Verlag GmbH & CO. KG, 2008.
- [60] Horst Stöcker. *Taschenbuch der Physik*. 5. Aufl. Verlag Harri Deutsch, 2004.
- [61] Romanus Dyczij-Edlinger. »Handschriftliche Verfassung zur Kapazitätsberechnung mittels konformer Abbildung«. Theoretische Betrachtung sowie messtechnische Bewertung des vorgestellten kapazitiven Beispielsystems. Im Rahmen einer Zusammenarbeit von Prof. Dr. Romanus Dyczij-Edlinger erstellt. 2012.
- [62] Hans Walser. *Konforme Abbildungen*. Eidgenössische Technische Hochschule (ETH) Zürich. Feb. 2002.
- [63] Gottlieb Strassacker und Peter Strassacker. *Analytische und numerische Methoden der Feldberechnung*. 1. Aufl. B.G. Teubner Verlag, 1993.

- [64] Gottlieb Strassacker und Roland Süße. *Rotation, Divergenz und Gradient - Einführung in die elektromagnetische Feldtheorie*. 6. Aufl. B.G. Teubner Verlag, 2006.
- [65] Heino Henke. *Elektromagnetische Felder*. 3. Aufl. Springer Verlag, 2007.
- [66] Hua-Min Li u. a. »Frequency and Temperature Dependence of the Dielectric Properties of a PCB Substrate for Advanced Packaging Applications«. In: *Journal of the Korean Physical Society* 54.3 (2009), S. 1096–1099.
- [67] Wilfried Weißgerber. *Elektrotechnik für Ingenieure - Band 3 - Ausgleichsvorgänge, Fourieranalyse, Vierpoltheorie*. Friedrich Vieweg & Sohn Verlag, 2007.
- [68] Frederick Emmons Terman. *Radio Engineering*. McGraw-Hill, 1954.
- [69] Jörg Grabow. »Mechatronische Netzwerke«. In: Ernst-Abbe-Fachhochschule Jena, 2011. Kap. Besondere Eigenschaften - Reziprozität.

